SUPPLÉMENT
A L'OPTIQUE
DE SMITH,

CONTENANT UNE THÉORIE GÉNÉRALE
des Instrumens de Dioptrique.

avec une planche.

A BREST,

Chez R. MALASSIS, Imprimeur ordinaire du Roi & de la Marine.

A PARIS,

Chez { DURAND, neveu, Libraire, rue Galande.
JOMBERT, jeune, Libraire, rue Dauphine.

M. DCC. LXXXIII.

Avec Approbation & Privilege.

WELLCOME
HISTORICAL
MEDICAL
LIBRARY

AVERTISSEMENT.

CE petit Ouvrage eſt une eſpece d'abrégé de la Dioptrique de Mr. Euler, & d'un Mémoire de ce grand Géometre, contenu dans le 18e. volume des nouveaux Mémoires de Petersbourg, formant originairement une douzaine d'articles, environ, d'un Dictionnaire très-étendu des Sciences Phyſico-Mathématiques, entrepris il y a ſept à huit ans, & que des circonſtances imprévues me firent abandonner, en m'obligeant de paſſer d'un lieu où j'avais toutes les reſſources poſſibles pour mon travail, dans un autre où je n'en avais aucune, & où j'ai demeuré trop de tems, pour qu'une auſſi longue interruption m'ait laiſſé le courage de le reprendre & de le continuer. Je crus qu'on me ſaurait gré de renfermer dans ces articles une Théorie vaſte & lumineuſe, que tout le monde n'eſt pas à portée de connaître. Cette raiſon m'a déterminé depuis à en compoſer le petit ouvrage que je publie aujourd'hui, ce qui n'a exigé que quelques légers changemens dans la forme.

J'ai diviſé cet Ouvrage en deux parties. J'ai renfermé dans la premiere, les principes que donne Mr. Euler pour la conſtruction des Inſtrumens de Dioptrique. Je me ſuis permis ſeulement de retrancher de cette Théorie, tout ce qui n'eſt pas d'une utilité abſolue, tout ce qu'il n'emploie pas lui-même dans les applications nombreuſes qu'il en fait.

La ſeconde Partie renferme les applications de cette

Théorie à la conſtruction des Inſtrumens de Dioptrique. Je me ſuis borné à celles qui donnent les Lunettes & les Microſcopes qui réuniſſent le plus de qualités. Elles ſont cependant en aſſez grand nombre pour ne rien laiſſer à deſirer ſur la maniere dont il faudra employer la Théorie, lorſqu'on voudra conſtruire d'autres inſtrumens de cette eſpece. Elles comprennent, non ſeulement ceux dont Mr. Fuſſ enſeigna, il y a quelques années, la conſtruction aux Artiſtes, en leur donnant les courbures, les foyers, les ouvertures, les diſtances reſpectives, &c. des verres qui les compoſent, mais encore beaucoup d'autres, parmi leſquels on doit diſtinguer la derniere eſpece de Lunettes pour la terre, dont je parle à la fin du troiſieme Chapitre, laquelle eſt très-ſupérieure à toutes les autres par la grandeur de ſon champ.

Soit dans l'expoſition des principes, ſoit dans les applications, j'ai très-ſouvent ſuivi Mr. Euler pas à pas. Mais ſouvent auſſi je me ſuis permis de m'en écarter, lorſqu'en prenant une route différente, il m'a ſemblé pouvoir arriver plus aiſément & plus vîte. J'ai multiplié les applications numériques, & j'ai ajouté tout ce que j'ai cru pouvoir contribuer à l'intelligence du ſujet.

Ce petit Ouvrage ſera ſuivi de près, d'un Traité d'Aſtronomie, dans lequel j'eſſaierai de donner de nouvelles preuves des avantages que cette ſcience peut retirer de l'Analyſe.

THÉORIE
GÉNÉRALE
DES INSTRUMENS DE DIOPTRIQUE.

PREMIERE PARTIE,

Dans laquelle on expoſe les Principes d'où ſe tire la conſtruction des inſtrumens de Dioptrique.

CHAPITRE PREMIER.

Du Foyer, & de l'Aberration de ſphéricité des rayons de lumiere qui traverſent une ou pluſieurs lentilles.

1. NOus nommerons foyer, le point où les rayons partis d'un point lumineux ſitué dans l'axe d'une ou de pluſieurs lentilles, rencontrent l'axe, ou tendent à le rencontrer, eux ou leurs prolongemens, après avoir été rompus.

2. Nous nommerons aberration de ſphéricité, la partie de cet axe compriſe entre le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, & celui des rayons qui tombent à une diſtance finie de cet axe.

3. Suppoſons d'abord une ſurface ſphérique réfringente, ſur l'axe de laquelle ſoit ſitué le point lumineux, & commençons par chercher le point où un rayon qui la traverſe à une diſtance finie de ſon axe, rencontre cet axe, après avoir été rompu.

Soit E (*fig.* 1) le point lumineux, AB la ſurface qui ſépare le milieu d'où partent les rayons, que nous ſuppoſerons être l'air, & celui où ils entrent, EB un rayon incident, BF ce même rayon rompu par la ſurface AB, lequel va couper l'axe EF de cette ſurface en f, F le foyer des rayons infiniment voiſins de l'axe, P le rapport de réfraction, en paſſant de l'air dans le milieu terminé par AB. Soient abaiſſés BD perpendiculaire ſur l'axe, & du centre C de la ſurface réfringente AB, des perpendiculaires CH & CG ſur le rayon incident & ſur le rayon rompu. On obſervera que la diſtance BD du point d'incidence à l'axe, eſt toujours aſſez peu conſidérable pour qu'on puiſſe en négliger les puiſſances qui paſſent la troiſieme.

On aura $Bf = \sqrt{(BD^2 + Df^2)} = \frac{Cf.BD}{GC}$, ce qui donne $Cf^2 - \frac{2GC^2.DC}{BD^2 - GC^2}.Cf = \frac{BC^2.GC^2}{BD^2 - GC^2}$, & par conſéquent $Cf = \frac{GC^2.DC + \sqrt{(BD^2.GC^2(BC^2 - GC^2))}}{BD^2 - GC^2}$; & enfin,

$$Af = \frac{BD^2.BC - GC^2.AD + BD.GC\sqrt{(BC^2 - GC^2)}}{BD^2 - GC^2} =$$

$$\frac{BD^2.BC - GC^2.AD + BD.GC.BC - \frac{BD.GC^3}{2BC}}{BD^2 - GC^2}$$ à cauſe que

$\sqrt{(BC^2 - GC^2)} = BC - \frac{GC^2}{2BC}$, à très-peu près.

Soient $EA = a$, $BC = b$, $BD = k$. On aura $AD = \frac{k^2}{2b}$, à très-peu près, $EB = a + \frac{mkk}{2ba}$, en négligeant les quatriemes puiſſances de k, & faiſant $a + b = m$. Ainſi $CH = \frac{mk}{a} - \frac{m^2k^3}{2ba^3}$, & par conſéquent $CG = \frac{mk}{Pa} - \frac{m^2k^3}{2P^2a^3b}$, & $CG^2 = \frac{m^2k^2}{P^2a^2} - \frac{m^3k^4}{P^2a^4b}$. Donc $Af = \left(b + \frac{mb}{Pa} - \frac{m^2k^2}{2Pa^3} - \frac{m^2k^2}{2P^2a^2b} - \frac{m^3k^2}{2P^3a^3b}\right) : \left(1 - \frac{m^2}{P^2a^2} + \frac{m^3k^2}{P^2a^4b}\right)$, ou $Af = 1 : \left(\frac{1}{b} - \frac{m}{Pab} + \frac{m^2k^2}{2P^2a^3} + \frac{m^2k^2}{2P^2b^3k^2} - \frac{m^3k^2}{2P^3a^3b^3}\right)$, en négligeant les quatriemes puiſſances de k.

4. Si, pour les rayons qui tombent infiniment près de l'axe, on représente par f, la distance AF à laquelle ils vont couper l'axe, après avoir été rompus, on aura, à cause que k est alors infiniment petite, $f = \frac{1}{\frac{1}{b} - \frac{m}{Pab}}$, & par conséquent $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} - \frac{m}{Pab}$. Substituant dans l'expression de Af, divisant ensuite, on aura, en remettant pour m sa valeur $a+b$,

$$Af = f - \frac{1}{2} ffkk \left(\frac{(a+b)^2}{P^2 a^3 b^2} + \frac{(a+b)^2}{P^2 a^2 b^3} - \frac{(a+b)^3}{P^3 a^3 b^3} \right),$$

ou $Af = f - \frac{1}{2} ffkk \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^2} \right) \left(\frac{1}{P} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^3 + \frac{1}{a} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^2 \right)$;

& $\frac{1}{f} = \frac{P-1}{Pb} - \frac{1}{Pa}$.

Faisons $\frac{1}{2} kk \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^2} \right) \left(\frac{1}{P} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^3 + \frac{1}{a} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^2 \right) = M$, on aura $Af = f - ffM$, & ffM est l'aberration de sphéricité, produite par la surface réfringente AB.

5. Supposons que le rayon rompu Bf (*fig.* 2) rencontre une seconde surface réfringente GC, un peu au delà de la premiere, au sortir de laquelle les rayons repassent dans le milieu d'où ils viennent, en sorte que $ABGC$ représente une lentille, & soit f' le point où le rayon Bf va couper l'axe de cette lentille, après la nouvelle réfraction qu'il éprouve en G. Nommons e l'épaisseur AC de la lentille, & c le rayon de la seconde surface GC. Comme on suppose très-petite l'épaisseur, GD' abaissée perpendiculairement sur l'axe, ne différera pas sensiblement de BD; ainsi on pourra la représenter aussi par k. Il est évident que Cf est pour la seconde surface ce qu'est a par rapport à la premiere. Soit $Cf = f - ffM - e = F$, & f' la distance à laquelle les rayons infiniment proches de l'axe, coupent cet axe, après avoir été rompus par la lentille; on aura, F & c étant négatifs, & observant de mettre $\frac{1}{P}$ à la place de P, $\frac{1}{f'} = \frac{P-1}{c} + \frac{P}{F}$, & $Cf' = f' - \frac{1}{2} f' f' kk (P^2 - P) \left(P \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{F} \right)^3 + \frac{1}{F} \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{F} \right)^2 \right)$.

Comme ce second terme est fort petit, on peut mettre à la place de f', f' distance à laquelle les rayons infiniment voi-

ſins de l'axe, coupent cet axe, en conſidérant comme nulle l'épaiſſeur de la lentille, & f à la place de F; on aura $Cf' = f' - \frac{1}{2} f' f' k k (P^2 - P) \left(P (\frac{1}{c} + \frac{1}{f})^3 + \frac{1}{f} (\frac{1}{c} + \frac{1}{f})^2 \right)$.

Quant au premier terme f', on remarquera que $\frac{1}{f'} = \frac{P-1}{c} + \frac{P}{f}$, en ſorte qu'on aura $f' - f' = \frac{P e f' f'}{f f} + P f' f' M$; faiſant donc $\frac{1}{2} k k (P^2 - P) \left(P (\frac{1}{c} + \frac{1}{f})^3 + \frac{1}{f} (\frac{1}{c} + \frac{1}{f})^2 \right) = M'$, on aura $Cf' = f' - \frac{P e f' f'}{f f} - (P M + M') f' f'$, $f' - \frac{P e f' f'}{f f}$ eſt la diſtance du foyer des rayons infiniment voiſins de l'axe, en ayant égard à l'épaiſſeur de la lentille, & $(P M + M') f' f'$ eſt l'aberration de ſphéricité, produite par la lentille. Subſtituant dans M' à la place de $\frac{1}{f}$, ſa valeur $\frac{1}{b} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{Pb}$, & faiſant $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{q}$, on aura pour M', $\frac{1}{2} k k (P^2 - P) \left(P (\frac{1}{q} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{Pb})^3 + (\frac{1}{b} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{Pb}) (\frac{1}{q} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{Pb})^2 \right)$. Si l'on ſubſtitue cette valeur de M' & celle de M, dans la quantité $(P M + M') f' f'$, elle deviendra $\left((P^3 - P^2) \frac{1}{2 q^3} + (1 + P - 2 P^2) \frac{1}{2 b q^2} + (P + 1 - \frac{2}{P}) \frac{1}{2 b^2 q} + (1 + 2 P - 3 P^2) \frac{1}{2 a q^2} + (4 P - \frac{4}{P}) \frac{1}{2 a b q} + (3 P - 1 - \frac{2}{P}) \frac{1}{2 a^2 q} \right) . k k f' f'$, expreſſion de l'aberration de ſphéricité d'une lentille dont b & c ſont les rayons des ſurfaces, a la diſtance de l'objet, k le demi-diametre de l'ouverture, &c.

6. L'angle $G f' D'$ que le rayon rompu $G f'$ fait avec l'axe de la lentille, $= \frac{G D'}{D' f'}$, parce que cet angle eſt petit, & par conſéquent, comme $D' f'$ differe peu de $D' F'$, & qu'on peut prendre $D' F' = f'$, ſans craindre d'erreur, cet angle $= \frac{k}{f'}$.

7. Si les rayons viennent d'un point e (*fig. 3.*) qui n'eſt pas dans l'axe de la lentille, le rayon eg qui paſſe par le centre de la lentille & forme comme l'axe du faiſceau de ces rayons, traverſe la lentille, ſans ſouffrir de réfraction ſenſible, la lentille ayant toutefois peu d'épaiſſeur, & les

rayons infiniment proches de ce rayon ou de cet axe se réunissent, après avoir traversé la lentille, en un point g de cet axe, qui est à la même distance de la lentille que le foyer F des rayons infiniment proches de l'axe de la lentille, partis du point E, si le point e est à la même distance de la lentille que le point E. Considérant donc que ces points F, g & tous les points semblables, sont les images des points de la surface de l'objet d'où sont partis les rayons qui s'y réunissent, on voit que si tous les points de cette surface sont également éloignés de la lentille, l'image Fg que forment les points F, g & les autres points pareils, est semblable à l'objet; on voit même qu'elle lui est encore semblable, du moins à peu de chose près, si les points d'où partent les rayons qui rencontrent la lentille, ne different pas trop d'être à la même distance de la lentille; & il est évident, à cause des secteurs ou triangles semblables FAg, EAe, que la grandeur de l'image est à celle de l'objet, en raison inverse de leurs distances à la lentille. Donc si on nomme z le diametre de l'objet Ee, le diametre de l'image $Fg = \frac{f'z}{a}$.

8. Si l'on veut déterminer l'aberration de sphéricité la plus petite, ou n'aura qu'à différencier l'expression ci-dessus, en faisant varier le rayon b & égaler la différentielle à zéro, ce qui donnera $\frac{1}{b} = \frac{P(2P+1)}{2(P+2)} \cdot \frac{1}{q} - \frac{2P+2}{P+2} \cdot \frac{1}{a}$. Substituant cette valeur de $\frac{1}{b}$ dans l'expression de l'aberration, elle devient $\left(\frac{4P^3-5P^2+P}{4(P+2)} \cdot \frac{1}{2q^3} + \frac{P^3-2P^2+P}{P+2} \cdot \frac{1}{2aq^2} + \frac{P-P^2}{P+2} \cdot \frac{1}{2a^2q}\right) kkf'f'$, & c'est là l'expression de l'aberration de sphéricité la plus petite.

Si l'on néglige l'épaisseur de la lentille, ce que sa petitesse permet, on a, pour le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, $\frac{1}{f'} = (P-1)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - \frac{1}{a}$; donc $q = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{P-1}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)$; l'expression précédente deviendra donc $\frac{P(4P-1)kkf'f'}{8(P+2)(P-1)^2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)\left(\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{4(P-1)^2}{(4P-1)af'}\right)$. Et les rayons de la lentille qui produit cette aberration, seront $b = \frac{2(P+2)(P-1)af'}{P(2P+1)a+(4+P-2P^2)f'}$, $c = \frac{2(P+2)(P-1)af'}{P(2P+1)f'+(4+P-2P^2)a}$.

9. On pourrait, a & f' étant données, demander la lentille qui produit, pour une ouverture donnée, une aberration de sphéricité donnée.

On n'aura qu'à supposer que cette aberration est exprimée par $\frac{P(4P-1)kkf'f'}{8(P+2)(P-1)^2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)\left(\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)^2+\frac{4(P-1)^2}{(4P-1)af'}+A\right)$, ou par $\left(\frac{P(4P-1)(P-1)}{4(P+2)}\cdot\frac{1}{2q^3}+\frac{4P(P-1)}{4(P+2)}\cdot\frac{1}{2af'q}+\frac{P(4P-1)A}{4(P+2)(P-1)}\cdot\frac{1}{2q}\right)kkf'f'$ & l'égaler à l'expression générale de l'aberration donnée ci-dessus; on trouvera, après les réductions convenables, $\frac{1}{b}=\frac{4+P-2P^2}{2(P+2)(P-1)a}+\frac{P(2P+1)}{2(P+2)(P-1)f'}\pm\frac{P\sqrt{(4P-1)A}}{2(P+2)(P-1)}=\frac{(4+P-2P^2).f'+P(2P+1)a\pm Paf'\sqrt{(4P-1)A}}{2(P+2)(P-1)af'}$.

On aura donc pour l'autre rayon,

$\frac{1}{c}=\frac{(4+P-2P^2)a+P(2P+1)f'\mp Paf'\sqrt{(4P-1)A}}{2(P+2)(P-1)af'}$.

On voit donc qu'il faut prendre pour A une quantité positive. Pour qu'elle soit homogene avec le reste, on pourra prendre $A=(\lambda-1)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)^2$, λ représentant un nombre plus grand que l'unité. Alors l'expression de l'aberration de sphéricité sera $\frac{P(4P-1)kkf'f'}{8(P+2)(P-1)^2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)^2+\frac{4(P-1)^2}{(4P-1)af'}\right)$. Et cette aberration étant considérée comme donnée, on doit aussi considérer λ comme donné.

Et les rayons de la lentille qui produit cette aberration, seront

$$b=\frac{2(P+2)(P-1)af'}{(4+P-2P^2)f'+P(2P+1)a\pm P(a+f')\sqrt{(4P-1)(\lambda-1)}},$$

$$c=\frac{2(P+2)(P-1)af'}{(4+P-2P^2)a+P(2P+1)f'\mp P(a+f')\sqrt{(4P-1)(\lambda-1)}}.$$

Le double signe $\pm$ fait voir, qu'on peut déterminer cette lentille de deux manieres.

10. Au lieu de f', on employera f tant qu'il ne sera question que d'une seule lentille, c'est-à-dire que f désignera le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, pour lequel on aura par conséquent $\frac{1}{f}=(P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-\frac{1}{a}$*. Soit fait pour abréger,

* Si le verre, au lieu d'être convexe, était concave des deux côtés, il faudrait dans la formule $\frac{1}{f}=(P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-\frac{1}{a}$, donner le signe —

$\frac{P(4P-1)}{8(P+2)(P-1)^2} = \mu$, $\frac{4(P-1)^2}{4P-1} = \nu$, l'expreſſion précédente de l'aberration deviendra $\mu\, k\, k\, ff\,(\frac{1}{a}+\frac{1}{f})\left(\lambda(\frac{1}{a}+\frac{1}{f})^2+\frac{\nu}{af}\right)$. Soit fait auſſi $\frac{4+P-2P^2}{2(P-1)(P+2)} = \frac{1}{2(P-1)}+\frac{1}{P+2}-1 = \gamma$, $\frac{P(2P+1)}{2(P-1)(P+2)} = 1+\frac{1}{2(P-1)}-\frac{1}{P+2} = \delta$, $\frac{P\sqrt{(4P-1)}}{2(P-1)(P+2)} = \frac{1}{3}(\frac{1}{2(P-1)}+\frac{1}{P+2})\sqrt{(4P-1)} = \varepsilon$; les ray. ſeront $b = \frac{af}{\gamma f+\delta a \pm \varepsilon(a+f)\sqrt{(\lambda-1)}}$, $c = \frac{af}{\gamma a+\delta f \mp \varepsilon(a+f)\sqrt{(\lambda-1)}}$.

---

aux rayons b & c. Si une ſeule des ſurfaces du verre était concave, on feroit ſeulement négatif le rayon de cette ſurface. Si une des ſurfaces était plane, on n'auroit qu'à ſuppoſer $= \infty$ le rayon de la ſurface qui eſt plane au lieu d'être courbe.

On remarquera que la formule précédente donne $\frac{1}{f}+\frac{1}{a} = (P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$.

Si les rayons qui tombent ſur la lentille ſont paralleles, & qu'on nomme F la diſtance à laquelle ceux qui ſont infiniment proche de l'axe, coupent cet axe après avoir traverſé la lentille, diſtance qu'on nomme *diſtance focale*, on aura $\frac{1}{F} = (P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$, a étant alors $= \infty$; lorſque le verre eſt également convexe des deux côtés, comme alors $b = c$, on a $\frac{1}{F} = \frac{2(P-1)}{b}$.

Si les rayons ont à traverſer deux lentilles contiguës, nommant f' la diſtance au ſecond verre, à laquelle les rayons infiniment proches de l'axe, coupent cet axe, après avoir été rompus par les deux verres, on trouve $\frac{1}{f'} = (P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+(P-1)\left(\frac{1}{b'}+\frac{1}{c'}\right)-\frac{1}{a}$, b' & c' repréſentant les rayons des ſurfaces de la ſeconde lentille. Car ſuppoſant d'abord les deux verres éloignés l'un de l'autre, ſi l'on nomme a' la diſtance au ſecond verre, du point où les rayons infiniment proches de l'axe, coupent cet axe, après avoir traverſé le premier, on a $\frac{1}{f'} = (P-1)\left(\frac{1}{b'}+\frac{1}{c'}\right)-\frac{1}{a'}$; mais ſi l'on ſuppoſe les deux verres contigus, on a $f+a' = 0$, $-\frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$; donc, &c.

Si le ſecond verre eſt d'une eſpece différente que le premier, & que P' exprime le rapport de réfraction pour ce ſecond verre, on aura $\frac{1}{f'} = (P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+(P'-1)\left(\frac{1}{b'}+\frac{1}{c'}\right)-\frac{1}{a}$.

Si les rayons ont trois lentilles contiguës à traverſer, nommant f'' la diſtance au troiſieme verre, à laquelle les rayons infiniment proches de l'axe, coupent cet axe,

Si l'on ſuppoſe que la lentille ſoit de verre commun, alors $P = 1,55$; & l'on trouve que $\mu = 0,938191$, $\nu = 0,232692$, $\gamma = 0,190781$, $\delta = 1,627401$, $\varepsilon = 0,905133$.

11. Propoſons-nous actuellement de trouver l'aberration de ſphéricité produite par un nombre quelconque de lentilles ayant même axe. Commençons par en ſuppoſer deux AB, $A'B'$ (*fig. 4*). Soit f le foyer des rayons extrêmes partis de E, & rompus par la premiere lentille AB, & f' leur foyer après avoir été rompus par la ſeconde $A'B'$. Soit F le foyer des rayons infiniment voiſins de l'axe, après avoir été rompus par la premiere lentille, & F' leur foyer après avoir été rompus par la ſeconde; il eſt évident que $f'F'$ eſt l'aberration produite par les deux

---

après avoir été rompus par les trois verres, on trouve de même que $\frac{1}{f''} = (P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+(P-1)\left(\frac{1}{b'}+\frac{1}{c'}\right)+(P-1)\left(\frac{1}{b''}+\frac{1}{c''}\right)-\frac{1}{a}$, b'' & c'' repréſentant les rayons des ſurfaces du troiſieme verre.

Si les trois lentilles ſont de verres d'eſpece différente, & que P, P', P'' repréſentent les rapports de réfraction pour la premiere, la ſeconde & la troiſieme, on aura $\frac{1}{f''} = (P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+(P'-1)\left(\frac{1}{b'}+\frac{1}{c'}\right)+(P''-1)\left(\frac{1}{b''}+\frac{1}{c''}\right)-\frac{1}{a}$.

Si la diſtance du point lumineux à une lentille ſur l'axe de laquelle il eſt placé, varie d'une petite quantité, on peut avoir beſoin de ſavoir de combien varie la diſtance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe.

Faiſant toujours abſtraction de l'épaiſſeur de la lentille, on n'aura qu'à différencier la formule $\frac{1}{f} = (P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-\frac{1}{a}$, en faiſant varier f & a; on trouvera $df = -\frac{ff}{aa}da$, d'où l'on voit que ſi le point lumineux s'éloigne de la lentille d'une petite quantité repréſentée par da, le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, ſe rapproche de la lentille, d'une quantité $= \frac{ff}{aa}da$; & réciproquement.

On a ſouvent beſoin de meſurer le foyer d'un verre.

On couvrira une des ſurfaces de ce verre avec un morceau de papier percé de pluſieurs trous d'épingle; on l'expoſera directement au ſoleil, & recevant ſur un papier peu éloigné du verre, les rayons qui paſſent par ces petits trous, on écartera le papier, ſi le verre eſt convexe, juſqu'à ce que les petits cercles lumineux, que forment ces rayons ſur le papier, ſe confondent en un ſeul; ce ſera le foyer de ce verre; & meſurant la diſtance du verre à ce foyer, on aura la diſtance focale.

Si le verre eſt concave, on écartera le papier juſqu'à ce que la diſtance de deux quelconques de ces petits cercles lumineux, ſoit double de la diſtance des deux trous correſpondants du papier qui couvre le verre; le papier ſera alors éloigné du verre d'une quantité égale à la diſtance focale de ce verre; meſurant donc cet éloignement, on aura la diſtance focale.

lentilles.

lentilles. Soit f le foyer qu'auraient, après avoir été rompus par la lentille $A'B'$, des rayons infiniment voiſins de l'axe qui partiraient de F, f' f ſerait l'aberration produite par la lentille $A'B'$, f étant conſidéré comme un point lumineux qui envoie des rayons ſur $A'B'$, de même que fF eſt celle qui eſt produite par la lentille AB, E étant le point lumineux. Et l'aberration totale $F'f'$ eſt compoſée de cette aberration f' f & de f F', différence entre les foyers F' & f des rayons infiniment voiſins de l'axe, les uns partis de F & les autres conſidérés comme partant de f.

Soient donc $A'F = a'$, $A'F' = f'$, & $A'B' = k'$. Comme $A'f$ differe peu de $A'F$, & A'f de $A'F'$, on pourra dans l'expreſſion de l'aberration f' f, ſuppoſer $A'f = a'$, & A'f $= f'$; ainſi on aura f'f $= \mu\, k'k' f' f' \left(\frac{1}{a'}+\frac{1}{f'}\right)\left(\lambda'\left(\frac{1}{a'}+\frac{1}{f'}\right)^2+\frac{\nu}{a'f'}\right)$, ou f'f $= R' f' f' k' k'$, en faiſant $\mu\left(\frac{1}{a'}+\frac{1}{f'}\right)\left(\lambda'\left(\frac{1}{a'}+\frac{1}{f'}\right)^2+\frac{\nu}{a'f'}\right) = R'$, ou enfin f' f $= \frac{a'a'}{ff} R' f' f' k k$, parce que les triangles ſemblables ABf, $A'B'f$ donnent $k' = \frac{a'k}{f}$. Mais nommant b' & c' les rayons des ſurfaces de la lentille $A'B'$, on a $\frac{1}{A'F'} = (P-1)\left(\frac{1}{b'}+\frac{1}{c'}\right) - \frac{1}{A'F}$, & $\frac{1}{A'f} = (P-1)\left(\frac{1}{b'}+\frac{1}{c'}\right) - \frac{1}{A'f}$; retranchant la premiere égalité de la ſeconde, on trouve f$F' = \frac{A'F'^2}{A'F^2}.fF = \frac{f'f'}{a'a'}.fF$. Donc l'aberration $f'F' = \frac{f'f'}{a'a'}.fF + \frac{a'a'}{ff} R' f' f' k k$. Mais fF qui eſt l'aberration produite par la premiere lentille AB, $= R\, ff k k$, en faiſant $\mu\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)^2+\frac{\nu}{af}\right) = R$; on aura donc enfin $f'F' = \frac{f'f'}{a'a'} R ff k k + \frac{a'a'}{ff} R' f' f' k k$, ou $f'F' = f'f' k k \left(\frac{ff}{a'a'} R + \frac{a'a'}{ff} R'\right)$.

12. L'Angle $A'f'B'$ que le rayon rompu $A'f'$ fait avec l'axe des lentilles, $= \frac{B'A'}{Af'} = \frac{k'}{f'}$, parce que cet angle eſt petit, & qu'on peut prendre $Af' = f'$, ſans crainte d'erreur; donc, k' étant $= \frac{a'k}{f}$, cette angle $= \frac{a'k}{ff'}$.

L'image que donne le premier verre, peut être considérée comme un objet par rapport au second. Ainsi la grandeur de l'image formée par le second verre, est à celle de l'image formée par le premier, en raison inverse de leurs distances au second verre (7). Donc la grandeur de l'image que donne le premier verre, étant $= \frac{f\zeta}{a}$, la grandeur de l'image que donne le second, $= \frac{ff'\zeta}{a\,a'}$.

13. Supposons une troisieme lentille $B''A''$ (*fig.* 5) au delà des deux premieres. On demande l'aberration de sphéricité $f''F''$ produite par les trois lentilles. Soient $F'A'' = a''$, $A''F'' = f''$, F'' étant le foyer des rayons infiniment voisins de l'axe, après avoir été rompus par les trois lentilles, & le demi-diametre $B''A''$ de l'ouverture de la lentille $= k''$. Il est évident, par ce qui précede, que $f''F'' = \frac{f''f''}{a''a''} f'F' + R''f''f''k''k''$, R'' étant $= \mu\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right)\left(\lambda''\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right)^2 + \frac{\nu}{a''f''}\right)$. Mais l'angle $B''f'A'' = B'f'A' = \frac{a'k}{ff'}$; donc $B''A''$ ou $k'' = \frac{a'a''k}{ff'}$. Substituant cette valeur de k'' & celle de $f'F'$, l'aberration $f''F''$ produite par la sphéricité de trois lentilles, sera $= \frac{f'f'f''f''}{a'a'a''a''} Rffkk + \frac{a'a'f''f''}{ffa''a''} R'f'f'kk + \frac{a'a'a''a''}{fff'f'} R''f''f''kk = f''f''kk\left(\frac{fff'f'}{a'a'a''a''}R + \frac{a'a'f'f'}{ffa''a''}R' + \frac{a'a'a''a''}{ffj'j'}R''\right)$.

14. L'Angle $A''f''B''$ que les rayons extrêmes font avec l'axe, $= \frac{a'a''k}{ff'f''}$.

La grandeur de l'image formée par le troisieme verre, $= \frac{ff'f''\zeta}{a\,a'\,a''}$.

15. Soit une quatrieme lentille $B'''A'''$ (*fig.* 5) au delà de la troisieme $B''A''$. Soient $A'''F'' = a'''$, $A'''F''' = f'''$, F''' étant le foyer des rayons infiniment voisins de l'axe, après avoir traversé les quatre lentilles, & le demi-diametre $B'''A'''$ de l'ouverture de cette lentille $= k'''$. Il est évident que l'aberration $f'''F''' = \frac{f''f'''}{a'''a'''} f''F'' + R'''f'''f'''k'''k'''$, R''' étant $= \mu\left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''}\right)\left(\lambda'''\left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''}\right)^2 + \frac{\nu}{a'''f'''}\right)$. Mais l'angle $A'''f''B''' = A''f''B'' =$

$\frac{a' a'' k}{f f' f''}$; donc $B''' A'''$ ou $k''' = \frac{a' a'' a''' k}{f f' f''}$. Subſtituant cette valeur de k''' & celle de $f'' F''$, l'aberration $f''' F'''$ produite par les quatre lentilles, ſera $= f''' f''' k k \left(\frac{f f f' f' f'' f''}{a' a' a'' a'' a''' a'''} R + \frac{a' a' f' f' f'' f''}{f f a'' a'' a''' a'''} R' + \frac{a' a' a'' a'' f'' f''}{f f f' f' a''' a'''} R'' + \frac{a' a' a'' a'' a''' a'''}{f f f' f' f'' f''} R'''\right)$.

16. L'Angle $B''' f''' A'''$ que les rayons extrêmes font avec l'axe, $= \frac{a' a'' a''' k}{f f' f'' f'''}$.

La grandeur de l'image formée par le quatrieme verre $= \frac{f f' f'' f''' z}{a a' a'' a'''}$.

17. Soit une cinquieme lentille $B^{iv} A^{iv}$, au-delà de la quatrieme. Soient $A^{iv} F''' = a^{iv}$, $A^{iv} F^{iv} = f^{iv}$, $B^{iv} A^{iv} = k^{iv}$. L'aberration de ſphéricité, produite par les cinq lentilles, $f^{iv} F^{iv} = \frac{f^{iv} f^{iv}}{a^{iv} a^{iv}} f''' F''' + R^{iv} f^{iv} f^{iv} k^{iv} k^{iv}$, R^{iv} étant $= \mu \left(\frac{1}{a^{iv}} + \frac{1}{f^{iv}}\right) \left(\lambda^{iv} \left(\frac{1}{a^{iv}} + \frac{1}{f^{iv}}\right)^2 + \frac{\nu}{a^{iv} f^{iv}}\right)$. Subſtituant, à la place de $f''' F'''$, ſa valeur, & à la place de k^{iv} la ſienne qui eſt $\frac{a' a'' a''' a^{iv} k}{f f' f'' f'''}$, on aura $f^{iv} F^{iv} = f^{iv} f^{iv} k k \left(\frac{f f f' f' f'' f'' f''' f'''}{a' a' a'' a'' a''' a''' a^{iv} a^{iv}} R + \frac{a' a' f' f' f'' f'' f''' f'''}{f f a'' a'' a''' a''' a^{iv} a^{iv}} R' + \frac{a' a' a'' a'' f'' f'' f''' f'''}{f f f' f' a''' a''' a^{iv} a^{iv}} R'' + \frac{a' a' a'' a'' a''' a''' a^{iv} a^{iv}}{f f f' f' f'' f'' f''' f'''} R^{iv}\right)$.

18. L'Angle $B^{iv} f^{iv} A^{iv}$ que font les rayons extrêmes avec l'axe, $= \frac{a' a'' a''' a^{iv} k}{f f' f'' f''' f^{iv}}$.

La grandeur de l'image formée par le cinquieme verre, $= \frac{f f' f'' f''' f^{iv} z}{a a' a'' a''' a^{iv}}$.

On voit ce qu'il faudrait faire pour déterminer l'aberration produite par la ſphéricité d'un plus grand nombre de lentilles.

19. On a ſuppoſé tacitement que les lentilles étaient de la même matiere; ſi elles étaient de matieres différentes, les nombres μ & ν étant alors différents d'une lentille à l'autre, pour marquer cette différence, dans les expreſſions précédentes, on n'aurait qu'à les accentuer comme on a fait les autres lettres.

20. Voyons quelle ſerait l'aberration de ſphéricité ſi les verres

ſe touchaient. Suppoſons-en d'abord deux AA, $A'A'$ (*fig. 6*); ces deux lentilles ainſi réunies formeront une lentille compoſée.

La diſtance de l'objet étant toujours repréſentée par a, l'image $F'g'$ que donne cette lentille, tombera à la diſtance f'; elle ſera renverſée, & égale à $\frac{f'}{a}z$, la grandeur de l'objet Ee étant ſuppoſée $= z$. Car il eſt aiſé de voir que cette lentille compoſée eſt équivalente à un verre ſimple. La diſtance $f + a'$ entre les deux verres étant nulle ou comme telle, on aura $f = -a'$ & par conſéquent l'aberration $F'f'$ produite par la ſphéricité de cette lentille compoſée, ſera $= \mu f' f' k k \left[\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)^2+\frac{\nu}{af}\right)+\left(\frac{1}{a'}+\frac{1}{f'}\right)\left(\lambda'\left(\frac{1}{a'}+\frac{1}{f'}\right)^2+\frac{\nu}{a'f'}\right)\right]$, k repréſentant le demi-diametre de l'ouverture de ce verre

Comme f & a' ne doivent plus ſe trouver dans cette expreſſion, ſur-tout ſi l'on voulait la comparer à celle de l'aberration de ſphéricité d'un verre ſimple équivalent, pour les faire diſparaître, on n'aura qu'à faire $\frac{1}{a}+\frac{1}{f}=h\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)$, & $\frac{1}{a'}+\frac{1}{b'}=m\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)$. Alors ajoutant ces deux équations, on aura $h+m=1$, & par conſéquent $m = 1 - h$, à cauſe de $\frac{1}{f}+\frac{1}{a'}=0$. On aura donc $\frac{1}{a}+\frac{1}{f}=h\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)$, & $\frac{1}{a'}+\frac{1}{f'}=(1-h)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)$. Subſtituant ces valeurs de $\frac{1}{a}+\frac{1}{f}$, & de $\frac{1}{a'}+\frac{1}{f'}$, dans l'expreſſion précédente de l'aberration de ſphéricité du verre compoſé, elle devient $\mu f' f' k k \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)\left[\left(\lambda h^3+\lambda'(1-h)^3\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)^2+\nu\left(h(h-1)\left(\frac{1}{aa}+\frac{1}{f'f'}\right)+\frac{2h(h-1)+1}{af'}\right)\right]=\mu f' f' k k \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)\left[\left(\lambda h^3+\lambda'(1-h)^3-\nu h(1-h)\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)^2+\frac{\nu}{af'}\right]=\mu f' f' k k \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)\left(\lambda 2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)^2+\frac{\nu}{af'}\right)$, en faiſant $\lambda h^3+\lambda'(1-h)^3-\nu h(1-h)=\lambda 2$.

21. Si, étant données la diſtance a de l'objet & la diſtance f' à laquelle la lentille compoſée doit en former l'image, on veut trouver celle qui a le moins d'aberration, il eſt évident que la queſtion ſe réduit à trouver celle pour laquelle $\lambda 2$ aura la plus

petite valeur poſſible ; or il eſt évident qu'il faut que λ & λ' ayent les valeurs les plus petites dont ils ſont ſuſceptibles. Comme l'unité eſt la valeur la plus petite qu'on puiſſe leur donner, afin de parvenir à trouver pour $\lambda 2$ la valeur la plus petite poſſible, il faut donc commencer par ſuppoſer $\lambda = 1$, $\lambda' = 1$, en ſorte qu'alors $\lambda 2 = 1 - 3h + 3hh - \nu h + \nu hh = 1 - (3+\nu) h (1-h)$. Cette valeur dépendant de h, pour la rendre la plus petite poſſible, on n'a qu'à trouver pour h une valeur qui rende $h(1-h)$ un *maximum*. On différenciera donc $h(1-h)$, & égalant la différentielle à zéro, on trouvera $h = \frac{1}{2}$ qui ſera la valeur cherchée de h. Ainſi on aura $\lambda 2 = 1 - \frac{1}{4}(3+\nu) = \frac{1-\nu}{4} = 0,191827$, ν étant $= 0,232692$.

L'Aberration de ſphéricité d'une lentille compoſée de deux lentilles ſimples pour laquelle $\lambda 2$ a la plus petite valeur poſſible, ſera donc $= \mu f' f' k k (\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}) (0,191827(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'})^2 + \frac{\nu}{af'})$, tandis que l'aberration la plus petite que pourrait avoir un verre ſimple équivalent, ſerait $= \mu f' f' k k (\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}) ((\frac{1}{a}+\frac{1}{f'})^2 + \frac{\nu}{af'})$, & ſerait par conſéquent plus de cinq fois plus forte.

22. Quant aux rayons des ſurfaces de ce verre compoſé, ils ſeront pour le 1er. verre AA, $b = \frac{2af'}{(2\gamma-\delta)f'+\delta a}$, $c = \frac{2af'}{(2\delta-\gamma)f'+\gamma a}$, & pour le ſecond $A'A'$, $b' = \frac{2af'}{(2\delta-\gamma)a+\gamma f'}$, $c' = \frac{2af'}{(2\gamma-\delta)a+\delta f'}$; ce qu'on trouve aiſément en introduiſant dans les expreſſions des rayons des ſurfaces des lentilles, à la place de f & de a', leurs valeurs $\frac{2af'}{a-f'}$, $\frac{2af'}{f'-a}$ déduites de l'équation $\frac{1}{a}+\frac{1}{f} = h(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'})$, dans la ſuppoſition de $h = \frac{1}{2}$, obſervant de plus que l'on a fait $\lambda = 1$, & $\lambda' = 1$.

23. Si $a = \infty$, alors le verre compoſé forme un objectif dont f' eſt la diſtance focale. La repréſentant d'une maniere plus particuliere par F, les rayons des faces des verres qui compoſent cet objectif, ſont $b = \frac{2F}{\delta}$, $c = \frac{2F}{\gamma}$, $b' = \frac{2F}{2\delta-\gamma}$, $c' = \frac{2F}{2\gamma-\delta}$. Ainſi, ſi l'on veut conſtruire cet objectif avec le verre commun, pour lequel le rapport de réfraction $P = 1,55$, comme alors $\delta =$

1, 6274, & $\gamma = 0, 1908$, on trouve que le rayon de la face antérieure du premier verre $= 1, 2289\ F$, & celui de la face postérieure $= 10, 4876\ F$; & que le rayon de la face antérieure du second verre $= 0, 6527\ F$, celui de la face postérieure $= -1, 6033\ F$.

24. Outre l'avantage de produire moins d'aberration qu'aucun verre simple, le verre double a encore celui d'être facile à construire. Si l'on vient à s'écarter un peu, dans sa construction, des regles prescrites, l'effet qu'on s'en promet n'en souffrira pas sensiblement. Soit qu'en construisant les deux verres dont il est composé, les valeurs des nombres λ, λ' excedent un peu l'unité, soit que h n'ait pas exactement sa valeur $\frac{1}{2}$, l'erreur commise n'aura que peu ou point d'effet, parce que ces nombres sont déduits de la nature du *minimum*. On pourrait encore construire des verres doubles pour lesquels $\lambda 2$ serait absolument nul, qui par conséquent l'emporteraient sur celui-là, mais leur construction exigerait une si grande précision, qu'il faut les abandonner, & se contenter de ceux dont on vient de s'occuper.

25. Supposons actuellement trois lentilles contiguës; considérant la lentille composée qu'elles forment, comme composée de la lentille précédente $AA\ A'A'$ (*fig.* 7), & d'une simple $A''A''$, outre $f + a' = 0$, qu'on a déjà, à cause de la lentille composée de deux verres, on a encore $f' + a'' = 0$, par la réunion de cette lentille & de la lentille simple; & l'objet étant supposé à la distance a de cette lentille composée de trois verres, l'image tombe à la distance f'', est renversée, & est de la grandeur $\frac{f''}{a}\,z$.

L'aberration de sphéricité de la lentille composée de deux verres, est, comme on a vu, $= \mu\, f'\, f'\, k\, k\, \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right) \left(\lambda 2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{\nu}{a\, f'}\right)$, $\lambda 2$ étant $= \lambda h^3 + \lambda' (1 - h)^3 - \nu h (1 - h)$. L'aberration de sphéricité de la lentille composée de trois verres, $F''\, f''$, est donc $= \mu\, f''\, f''\, k\, k \left(\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right) \left(\lambda 2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{\nu}{a f'}\right) + \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) \left(\lambda'' \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right)^2 + \frac{\nu}{a''\, f''}\right) \right)$, à cause de $f' + a'' = 0$, & par conséquent de $f' = -a''$.

Pour faire disparaître f' & a'', faisons $\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}=m\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f''}\right)$, & $\frac{1}{a''}+\frac{1}{f''}=n\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f''}\right)$. Ajoutant ces deux égalités, & se ressouvenant que $\frac{1}{f'}+\frac{1}{a''}=0$, on aura $m+n=1$, & par conséquent $n=1-m$, ensorte que $\frac{1}{a''}+\frac{1}{f''}=(1-m)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f''}\right)$. Substituant cette valeur de $\frac{1}{a''}+\frac{1}{f''}$, avec celle de $\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}$ dans l'expression de l'aberration, nous aurons $F''f''=\mu f''f''kk\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f''}\right)\left((\lambda 2\, m^3+\lambda''(1-m)^3-\nu m(1-m)\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f''}\right)^2+\frac{\nu}{af''}\right)$, ou $F''f''=\mu f''f''kk\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f''}\right)\left(\lambda 3\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f''}\right)^2+\frac{\nu}{af''}\right)$, en faisant $\lambda 2\, m^3+\lambda''(1-m)^3-\nu m(1-m)=\lambda 3$.

26. Si l'on veut avoir la lentille composée de trois verres, qui a le moins d'aberration, il faut alors que non seulement la lentille composée de deux verres en ait le moins elle-même, que par conséquent $\lambda 2$ soit $=\frac{1-\nu}{4}$, ce qui suppose que pour les verres qui le composent, $\lambda=1$, $\lambda'=1$; il faut encore que le verre simple qui, avec la lentille composée de deux verres, forme la lentille composée de trois, & auquel appartient λ'', ait le moins d'aberration possible, que par conséquent λ'' soit aussi égal à l'unité. La valeur de $\lambda 3$ ne dépendant donc plus que de celle de m, il ne reste plus qu'à trouver celle qui peut achever de rendre $\lambda 3$ le plus petit qu'il est possible. Pour y parvenir, on n'aura qu'à différencier la valeur de $\lambda 3$, dans laquelle nous laisserons pour le moment $\lambda 2$; ce qui donnera, en égalant à zéro, $3\lambda 2\, m^2-3(1-m)^2-\nu+2\nu m=0$, d'où l'on tire $m=\frac{-3-\nu+\sqrt{((3\lambda 2+\nu)(3+\nu))}}{3\lambda 2-3}=\frac{-\sqrt{(3+\nu)}\cdot\sqrt{(3+\nu)}+\sqrt{(3\lambda 2+\nu)}\cdot\sqrt{(3+\nu)}}{3\lambda 2+\nu-3-\nu}=\frac{\sqrt{(3+\nu)}\left(\sqrt{(3\lambda 2+\nu)}-\sqrt{(3+\nu)}\right)}{\sqrt{(3\lambda 2+\nu)}\cdot\sqrt{(3\lambda 2+\nu)}-\sqrt{(3+\nu)}\cdot\sqrt{(3+\nu)}}=\frac{\sqrt{(3+\nu)}}{\sqrt{(3\lambda 2+\nu)}+\sqrt{(3+\nu)}}$. Puisque $\lambda 2=\frac{1-\nu}{4}$, on aura $3\lambda 2+\nu=\frac{3+\nu}{4}$. Substituant dans la valeur de m, on aura enfin $m=\frac{2}{3}$. Substituant cette valeur de m & celle de $\lambda 2$ dans la valeur $\lambda 2\, m^3+(1-m)^3-$

$\nu m(1-m)$ de $\lambda 3$, on aura $\lambda 3 = \frac{3-8\nu}{27} = 0{,}042165$, valeur près de cinq fois plus petite que dans le cas d'une lentille compoſée de deux verres, qui a le moins d'aberration.

L'aberration de ſphéricité d'une lentille compoſée de trois verres, pour laquelle $\lambda 3$ a la plus petite valeur poſſible, ſera donc $= \mu f'' f'' kk \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)\left(0{,}042165\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)^2 + \frac{\nu}{af''}\right)$, & par conſéquent près de vingt-cinq fois plus petite que celle d'un verre ſimple équivalent qui aurait la plus petite poſſible.

27. Pour la lentille compoſée de deux verres, on a fait $\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = h\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)$; ainſi à cauſe de $\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} = m\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)$, on aura $\frac{1}{f} = -\frac{1}{a'} = \frac{hm-1}{a} + \frac{hm}{f''}$. On aura de plus $\frac{1}{f'} = -\frac{1}{a''} = \frac{m-1}{a} + \frac{m}{f''}$, ce qui ſe déduit de l'égalité $\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} = m\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)$; on aura donc, à cauſe de $h = \frac{1}{2}$ & de $m = \frac{2}{3}$, $f = \frac{3af''}{a-2f''}$, $a' = \frac{3af''}{2f''-a}$, $f' = \frac{3af''}{2a-f''}$, $a'' = \frac{3af''}{f''-2a}$. Subſtituant ces valeurs dans les expreſſions des rayons des ſurfaces des trois verres, obſervant de faire $\lambda = 1$, $\lambda' = 1$, $\lambda'' = 1$, on trouvera que les rayons des faces du premier verre ſont $b = \frac{3af''}{(3\gamma-2\delta)f''+\delta a}$, $c = \frac{3af''}{(3\delta-2\gamma)f''+\gamma a}$; ceux des faces du ſecond, $b' = \frac{3af''}{(2\gamma-\delta)f''+(2\delta-\gamma)a}$, $c' = \frac{3af''}{(2\delta-\gamma)f''+(2\gamma-\delta)a}$; & ceux des faces du troiſieme, $b'' = \frac{3af''}{\gamma f''+(3\delta-2\gamma)a}$, $c'' = \frac{3af''}{\delta f''+(3\gamma-2\delta)a}$.

28. Si $a = \infty$, la lentille compoſée de trois verres forme un objectif dont f'' eſt la diſtance focale. La repréſentant d'une maniere plus particuliere par F, les rayons des verres qui compoſent cet objectif, ſont $b = \frac{3F}{\delta}$, $c = \frac{3F}{\gamma}$, $b' = \frac{3F}{2\delta-\gamma}$, $c' = \frac{3F}{2\gamma-\delta}$, $b'' = \frac{3F}{3\delta-2\gamma}$, $c'' = \frac{3F}{3\gamma-2\delta}$. Ainſi, ſi l'on conſtruit cet objectif avec le verre commun, on trouvera que le rayon de la face antérieure du premier verre, $= 1{,}8433\,F$, & celui

celui de la face postérieure = 15,7315 F, que le rayon de la face antérieure du second verre = 0,979 F, & celui de la face postérieure = — 2,4079 F; enfin, que le rayon de la face antérieure du troisieme verre = 0,6665 F, & celui de la face postérieure = — 1,1182 F.

Il est facile de voir comment on trouverait l'aberration de sphéricité, si un plus grand nombre de verres se touchaient.

CHAPITRE II.

De la confusion dans la vision, de la grandeur apparente, & de la clarté.

29. LA vision est distincte lorsque tous les rayons partis d'un point quelconque de l'objet se réunissent en un point sur le fond de l'œil, ce qui suppose, comme il est évident, une distance convenable, laquelle varie suivant les différens yeux. On sait de plus que cette distance a une certaine latitude, c'est-à-dire, que l'œil ayant la faculté de changer sa forme, du moins jusqu'à un certain point, voit encore distinctement l'objet placé un peu plus loin ou un peu plus près qu'à la distance qui lui convient pour que la vision soit parfaitement distincte, distance que Mr. Euler nomme *distance juste*.

30. La vision est confuse, lorsque les rayons partis d'un point quelconque d'un objet, loin de se réunir en un point sur le fond de l'œil, en affectent une portion finie. Cela arrive, lorsqu'ils se réunissent avant ou après d'atteindre ce fond. Dans la vision au travers des verres, comme ce n'est pas l'objet même que l'œil apperçoit, mais la dernière image produite par les verres, il peut y avoir deux causes de confusion; la premiere, si cette image non-seulement n'est pas à la distance juste de l'œil, mais encore en est à une distance trop différente; la seconde, si l'image même est confuse. Comme on est toujours le maître de remédier à la premiere

de ces deux cauſes de confuſion, on ne s'occupera ici que de la confuſion occaſionnée dans la viſion des images, par l'aberration de ſphéricité ; & après en avoir déterminé la quantité, on tâchera par la ſuite de trouver quelles figures & quelle diſpoſition les verres doivent avoir pour que la confuſion qui vient de cette ſource, ne paſſe pas la limite où elle eſt encore ſupportable. Voyons quelle loi ſuit cette eſpece de confuſion.

31. Suppoſons qu'un œil voie l'image d'un point quelconque d'un objet, étendue dans l'eſpace Ff (*fig. 8*) par un ou pluſieurs verres, & que l'image F produite par les rayons infiniment proches de l'axe, ſoit à la diſtance juſte de l'œil; il s'agit de déterminer la confuſion occaſionnée dans la viſion de l'image.

On a ici deux choſes à conſidérer. 1°. La grandeur de l'aberration de ſphéricité Ff. 2°. L'angle que les rayons qui concourent en f, font avec l'axe. Or l'un & l'autre dépendent de l'ouverture du premier verre, de maniere que k repréſentant ſon demi-diametre, l'aberration de ſphéricité $Ff = Vkk$, & l'angle $OfR = Dk$, V & D étant deux quantités dependantes du nombre des verres, & qu'on ſait déterminer. Suppoſons actuellement que le cercle ORP repréſente l'œil qu'on ſe permettra de conſidérer ici comme une petite chambre obſcure, mais ſi parfaite qu'elle raſſemble les rayons partis d'un point, en un point unique; car quoiqu'il ſe faſſe pluſieurs réfractions dans l'œil, cependant on peut imaginer un verre unique ROR, dont la rétine ſoit éloignée de l'intervalle $OP = u$, lequel réuniſſe les rayons partis d'un point, en un autre point ſur la rétine. Le point F étant donc ſuppoſé à la diſtance juſte de l'œil OF, que nous nommerons n, l'image de ce point tombera ſur la rétine même, & ſera peinte diſtinctement en P; mais l'image du point f ne ſe peindra pas en P, elle ſe peindra en un point p en deçà de la rétine. Si l'on conſidere comme nulle l'épaiſſeur du verre qu'on conçoit en ROR, l'intervalle Pp entre ces deux points $= \frac{OP^2}{OF^2} . Ff = \frac{uu}{nn} . Vkk$. Les rayons qui forment le point f, faiſant avec l'axe l'angle

$Of R = Dk$, les points R, R, dans lesquels ils traversent l'œil ou le verre supposé en ROR, seront éloignés de l'axe FP, de la quantité $OR = nDk$, en négligeant Ff relativement à $FO = n$; ces rayons étant entrés dans l'œil, & concourant en p, feront avec l'axe un angle $OpR = \frac{OR}{Op} = \frac{OR}{OP} = \frac{n}{u} Dk$. Continuant donc delà leur route jusqu'au fond de l'œil, ils y formeront un cercle QQ, dont le rayon $PQ = PpQ.Pp = \frac{n}{u} Dk. \frac{uu}{nn} Vkk = \frac{u}{n} D.Vk^3$, & cet espace circulaire sera rempli par les rayons qui ont coupé l'axe des verres entre F & f. Ainsi l'image étendue dans l'espace Ff, sera représentée sur le fond de l'œil par un cercle dont le rayon $PQ = \frac{u}{n} D.Vk^3$, & ce cercle donne la vraie mesure de la confusion. Un point quelconque de l'objet, dont l'image est étendue dans l'espace Ff par la sphéricité des verres, sera donc représenté au fond de l'œil par un cercle dont le rayon sera $= \frac{u}{n} D.Vk^3$.

32. On a supposé que la prunelle est assez large pour admettre les rayons venant de f, ce qui peut quelquefois ne pas être. On verra au reste, que dans les lunettes & dans les microscopes, cette supposition est très-légitime, puisque souvent le cône de rayons venant de f, est plus étroit que l'ouverture de la prunelle. On peut objecter à la détermination précédente, que la comparaison de l'œil avec un verre lenticulaire considéré comme sans épaisseur, n'est pas fort juste, & que par conséquent il peut y avoir quelque différence entre l'expression de l'espace PQ qu'on vient de trouver, & celle que cet espace a réellement. A cela on répondra que toute la différence qu'il peut y avoir, c'est qu'en ayant égard à toutes les circonstances & à la structure de l'œil, on aurait trouvé pour PQ une expression plus grande ou plus petite dans un certain rapport : or ici il n'est point nécessaire de connoître la quantité absolue de la confusion, il suffit d'avoir déterminé avec exactitude le rapport qu'elle suit. Au reste si l'on fait attention à la conformation de l'œil & à la faculté qu'il a de

varier ſa forme juſqu'à un certain point, pour pouvoir voir diſtinctement les objets dont la diſtance ne differe pas trop de la diſtance juſte, on conçoit que la confuſion peut être plus petite qu'on ne l'a trouvée. Car de quelque maniere qu'il change ſa forme pour bien voir, on a lieu de penſer que ce changement revient au même que ſi la rétine s'approchait ou s'éloignait de la prunelle, ou plutôt du verre lenticulaire qu'on conſidere à la place de l'œil. Or, au lieu de ſuppoſer la rétine ſituée en P, (*fig.* 9) ſuppoſons la entre ce point & le point p, par exemple, en T; ſoit l'eſpace $PT = t$, en ſorte que $pT = \frac{uu}{nn} Vkk - t$. Le point f dont la peinture ſe fait en p, ſera repréſenté ſur la rétine qu'on ſuppoſe maintenant paſſer en T, par un petit cercle dont le rayon $= \frac{n}{u} Vk \left(\frac{uu}{nn} Vkk - t\right)$.

Suppoſons un point g compris entre les points f & F, où des rayons qui ont rencontré le premier verre à une diſtance x de l'axe, coupent cet axe, après avoir été rompus, ainſi que les autres rayons, par tous les verres; on aura $Fg = Vxx$, & l'angle qu'ils forment avec l'axe en g, ſera $= Dx$. Soit v le point où l'image de ce point ſe formera dans l'œil; Pv ſera $= \frac{uu}{nn} Vxx$, en ſorte que $vT = t - \frac{uu}{nn} Vxx$; & les rayons feront, en convergeant en v, un angle avec l'axe, $= \frac{n}{u} Dx$. Ainſi le point g ſera repréſenté ſur la rétine ſituée en T, par un petit cercle dont le rayon $= \frac{n}{u} Dx \left(t - \frac{uu}{nn} Vxx\right)$. Ce cercle ſera le plus petit qu'il eſt poſſible, ſi $t = \frac{3uu}{nn} Vxx$, en ſorte que le rayon de ce cercle ſera alors $= \frac{2u}{n} DVx^3$, qui repréſenterait en même tems la confuſion, ſi le cercle qui réſulte du point f ſur la rétine, n'était pas plus grand. Mais ſi l'on ſubſtitue la valeur de t dans celle du rayon de ce dernier cercle, le rayon de ce cercle ſera $= \frac{u}{n} DVk \left(kk - 3xx\right)$; l'égalant donc au rayon $\frac{2u}{n} DVx^3$, on aura cette équation $k^3 - 3kxx = 2x^3$, d'où l'on tire $x = \frac{1}{2}k$. Ainſi le rayon du

cercle qui mesure la confusion la plus petite, sera $= \frac{u}{4n} DVk^3$, & par conséquent quatre fois plus petit que lorsque la rétine était en P; en sorte que la confusion sera seize fois plus petite.

On n'a point supposé que la rétine s'avance jusqu'en p, parce que le cercle que formeraient alors les rayons partis d'un point quelconque g de l'espace Ff, sur la rétine, serait plus grand que celui qu'ils y forment lorsqu'on la suppose moins avancée, & que l'œil faisant tous ses efforts pour bien voir, on ne peut supposer qu'il prenne une forme qui remplirait moins bien son objet.

Ainsi, comme l'œil a le pouvoir de changer un peu sa forme, & qu'il la change effectivement pour voir le moins confusément qu'il lui est possible, on ne peut gueres douter que le rayon des cercles qui produisent la confusion, ne soit égal à $\frac{u}{4n} DVk^3$. On pourra donc considérer cette expression comme une mesure assez juste de la confusion, puisqu'elle exprime les rayons des cercles par lesquels sont représentés sur le fond de l'œil les différens points de l'objet, en tant qu'il est vu au travers des verres, & dans la supposition que l'image soit à la distance juste.

33. Si ces cercles devenaient nuls, la vision serait parfaitement distincte. Or cela ne pourrait être qu'autant que l'aberration de sphéricité Vk^2 deviendrait nulle elle-même; d'où l'on voit que si l'ouverture du premier verre était réduite à un point, on n'éprouverait point de confusion. Heureusement que la vision peut supporter un léger degré de confusion, & que, pourvu que la confusion ne passe pas un certain terme, on peut la considérer comme nulle. C'est à l'expérience à donner cette limite ou cette valeur que l'expression $\frac{u}{4n} D.Vk^3$ ne doit jamais passer, & cette valeur variera suivant les cas, selon qu'on voudra plus ou moins de netteté. Enfin on pourra prendre pour u qui représente la profondeur de l'œil, environ un pouce. Au reste, comme on établira la limite de la confusion par l'expérience, cette mesure sera presqu'arbitraire.

34. Supposons d'abord que l'œil voie un objet au travers d'un

ſeul verre, l'image qu'il apperçoit étant à la diſtance juſte, il s'agit de déterminer la confuſion qui regnera dans la viſion.

On négligera toujours l'épaiſſeur du verre. Soit la diſtance DO (*fig. 10*) de l'œil au verre $= \theta$, & parce que l'image Fg produite par les rayons infiniment proches de l'axe, eſt à la diſtance juſte de l'œil, on aura $\theta = f + n$, DF étant $= f$, & $OF = n$; & par conſéquent $f = \theta - n$, ſi le lieu de l'œil eſt conſidéré comme donné.

L'Aberration Ff produite par la ſphéricité de ce verre eſt $= R\,ff\,k\,k$, R étant $= \mu(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})\left(\lambda(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})^2 + \frac{\nu}{af}\right)$; & l'angle que les rayons extrêmes font avec l'axe, $= \frac{k}{f}$. Ainſi on aura $V = R\,ff$, & $D = \frac{1}{f}$, & par conſéquent $DV = Rf$. Le rayon des petits cercles qui meſurent la confuſion dans l'œil, ou la meſure de la confuſion, ſera donc $= \frac{u}{4n}(\theta - n)\,k^3\,R = \frac{1}{4}u\,(\frac{\theta}{n} - 1)\,k^3\,R$.

35. Suppoſons deux verres; & ſoit $F'g'$ (*fig. 11*) l'image produite par les rayons infiniment proches de l'axe. Soit $D'O = \theta$, l'œil étant en O; on aura $\theta = f' + n$, l'œil étant ſuppoſé à la diſtance juſte n de l'image $F'g'$; & par conſéquent $f' = \theta - n$.

L'aberration $F'f'$ produite par la ſphéricité des deux verres, $= f'f'\,k\,k\,(\frac{ff}{a'a'}R + \frac{a'a'}{ff}R')$, R étant $= \mu\,(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})\left(\lambda(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})^2 + \frac{\nu}{af}\right)$, & $R' = \mu'(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'})\left(\lambda'(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'})^2 + \frac{\nu'}{a'f'}\right)$. De plus, l'angle que les rayons extrêmes font en f' avec l'axe, $= \frac{a'k}{ff'}$. On a donc $V = f'f'(\frac{ff}{a'a'}R + \frac{a'a'}{ff}R')$, & $D = \frac{a'}{ff'}$; par conſéquent $DV = \frac{a'f'}{f}\left(\frac{ff}{a'a'}R + \frac{a'a'}{ff}R'\right)$. La meſure de la confuſion ſera donc $= \frac{1}{4}u\,(\frac{\theta}{n} - 1)\,\frac{a'}{f}\,k^3\left(\frac{ff}{a'a'}R + \frac{a'a'}{ff}R'\right)$.

36. Suppoſons trois verres; l'œil étant ſuppoſé à la diſtance juſte de l'image produite par les rayons infiniment proches de l'axe, on aura, en nommant θ la diſtance de l'œil au troiſieme verre, $\theta = f'' + n$, & par conſéquent $f'' = \theta - n$.

L'aberration produite par la sphéricité des trois verres $= f''f''kk\left(\frac{ffff'f'}{a'a'a''a''}R+\frac{a'a'f'f'}{ffa''a''}R'+\frac{a'a'a''a''}{fff'f'}R''\right)$, R'' étant $=\mu''\left(\frac{1}{a''}+\frac{1}{f''}\right)\left(\lambda''\left(\frac{1}{a''}+\frac{1}{f''}\right)^2+\frac{\nu''}{a''f''}\right)$, & R, R' ayant les valeurs ci-dessus. On a donc $V=f''f''\left(\frac{ffff'f'}{a'a'a''a''}R+\frac{a'a'f'f'}{ffa''a''}R'+\frac{a'a'a''a''}{fff'f'}R''\right)$. De plus, l'angle que les rayons extrêmes font avec l'axe en f'', $=\frac{a'a''k}{ff'f''}$; donc $D=\frac{a'a''}{ff'f''}$. Ainsi $DV=\frac{a'a''}{ff'}f''\left(\frac{ffff'f'}{a'a'a''a''}R+\frac{a'a'f'f'}{ffa''a''}R'+\frac{a'a'a''a''}{fff'f'}R''\right)$ La mesure de la confusion sera donc $=\frac{1}{4}u\left(\frac{\theta}{n}-1\right)\frac{a'a''}{ff'}k^3\left(\frac{ffff'f'}{a'a'a''a''}R+\frac{a'a'f'f'}{ffa''a''}R'+\frac{a'a'a''a''}{fff'f'}R''\right)$.

37. Si l'on a quatre verres, les mêmes choses étant supposées, on aura $f'''=\theta-n$. L'aberration de sphéricité $=f'''f'''kk\left(\frac{ffff'f'f''f''}{a'a'a''a''a'''a'''}R+\frac{a'a'f'f'f''f''}{ffa''a''a'''a'''}R'+\frac{a'a'a''a''f''f''}{fff'f'a'''a'''}R''+\frac{a'a'a''a''a'''a'''}{fff'f'f''f''}R'''\right)$, R''' étant $=\mu'''\left(\frac{1}{a'''}+\frac{1}{f'''}\right)\left(\lambda'''\left(\frac{1}{a'''}+\frac{1}{f'''}\right)^2+\frac{\nu'''}{a'''f'''}\right)$, R, R', R'' ayant les mêmes valeurs que précédemment. On a donc $V=f'''f'''\left(\frac{ffff'f'f''f''}{a'a'a''a''a'''a'''}R+\text{\&c.}\right)$. L'angle que les rayons extrêmes font avec l'axe en f''', $=\frac{a'a''a'''k}{ff'f''f'''}$; par conséquent $D=\frac{a'a''a'''}{ff'f''f'''}$; donc $DV=\frac{a'a''a'''}{ff'f''}f'''\left(\frac{ffff'f'f''f''}{a'a'a''a''a'''a'''}R\right.$ $\left.+\text{\&c.}\right)$. La mesure de la confusion sera donc

$=\frac{1}{4}u\left(\frac{\theta}{n}-1\right)\frac{a'a''a'''}{ff'f''}k^3\left(\frac{ffff'f'f''f''}{a'a'a''a''a'''a'''}R+\frac{a'a'f'f'f''f''}{ffa''a''a'''a'''}R'\right.$
$\left.+\frac{a'a'a''a''f''f''}{fff'f'a'''a'''}R''+\frac{a'a'a''a''a'''a'''}{fff'f'f''f''}R'''\right)$.

38. Pour cinq verres la mesure de la confusion sera

$=\frac{1}{4}u\left(\frac{\theta}{n}-1\right)\frac{a'a''a'''a^{IV}}{ff'f''f'''}k^3\left(\frac{ffff'f'f''f''f'''f'''}{a'a'a''a''a'''a'''a^{IV}a^{IV}}R+\right.$
$\frac{a'a'f'f'f''f''f'''f'''}{ffa''a''a'''a'''a^{IV}a^{IV}}R'+\frac{a'a'a''a''f''f''f'''f'''}{fff'f'a'''a'''a^{IV}a^{IV}}R''+\frac{a'a'a''a''a'''a'''f'''f'''}{ff'f'f''f''a^{IV}a^{IV}}R'''$
$\left.+\frac{a'a'a''a''a'''a'''a^{IV}a^{IV}}{fff'f'f''f''f'''f'''}R^{IV}\right)$.

Il sera facile de continuer ces formules plus loin si l'on veut.

39. On peut au reſte eſtimer avec plus de netteté la confuſion engendrée dans l'œil par l'ouverture des verres. Chacun des points de l'objet étant repréſenté au fond de l'œil par des cercles dont le rayon $= \frac{u}{4n} DVk^3$, & un cercle dont le rayon ſerait $= y$, expoſé à la vue, à la diſtance n, étant repréſenté, au fond de l'œil, par un cercle dont le rayon $= \frac{u}{n} y$, il s'enſuit que tous les points de l'objet paraîtront de la même grandeur que des cercles dont le rayon ſerait $= \frac{1}{4} DVk^3$ & qui ſeraient expoſés à la vue, à la diſtance n. Or, comme le demi-diamêtre apparent d'un objet y vu à la diſtance n, $= \frac{y}{n}$, les points de l'objet ſeront vus, à cauſe de la confuſion, comme des cercles dont le demi-diamêtre apparent ſerait $= \frac{1}{4n} DVk^3$. Ainſi, effaçant u dans les expreſſions précédentes, on aura le demi-diamêtre apparent des cercles qui expriment la confuſion. Delà on pourra juger combien la confuſion doit être petite pour qu'elle ne ſoit plus ſenſible. Si, par exemple, l'œil ne peut plus diſtinguer un eſpace circulaire dont le demi-diamêtre eſt d'une ſeconde, ou environ la $\frac{1}{60^3}$ partie du rayon, il eſt évident que ſi l'expreſſion $\frac{1}{4n} DVk^3 = \frac{1}{60^3}$, la confuſion ſera imperceptible. Or l'expérience apprend qu'on ne peut diſtinguer des angles beaucoup plus grands, enſorte qu'on n'a point à craindre de confuſion quoique l'expreſſion $\frac{1}{4n} DVk^3$ ſoit ſenſiblement plus grande que $\frac{1}{60^3}$. Mais pour ne rien avancer trop légérement, ſuppoſons que la limite que l'expreſſion $\frac{1}{4n} DVk^3$ ne doit jamais paſſer, ſoit $= \frac{1}{4q^3}$, enſorte que $\frac{1}{n} DVk^3$ doive être $< \frac{1}{q^3}$, on verra qu'on pourra prendre $q = 40$ & même un nombre plus petit. En conſidérant la confuſion comme on le fait actuellement, la profondeur u de l'œil n'entre plus dans le calcul.

40. Ainſi, on doit entendre par demi-diametre de la confuſion,

ſion, le demi-diametre apparent du cercle qui paraît auſſi grand à l'œil, que chacun des points de l'objet lui paraît à cauſe de la confuſion. Et on trouve le demi-diametre de la confuſion, ainſi qu'on l'a obſervé, en diviſant les expreſſions précédentes par la profondeur u de l'œil, au moyen de quoi ces formules ſe réduiront à des nombres abſolus. Comme elles ont beſoin de développement, & que pour les mettre dans l'état où elles doivent être pour être employées, il faut y introduire la quantité de fois dont l'objet eſt amplifié par les verres, nous ſommes obligés, avant de leur donner la forme convenable, d'expoſer ce qui regarde le groſſiſſement.

41. Le groſſiſſement ou l'amplification, dans les Inſtrumens de Dioptrique, eſt le rapport de la grandeur dont on voit les objets avec ces Inſtrumens, à celle dont on les verrait, à la vue ſimple, à une diſtance donnée. Ce rapport ſe trouve, en diviſant la grandeur dont on voit avec ces Inſtrumens une ligne quelconque qu'on conçoit dans l'objet, par la grandeur dont on verrait, à la vue ſimple, la même ligne à une diſtance donnée.

42. Pour pouvoir déterminer ce rapport, il faut donc, au préalable, connoître l'angle ſous lequel on apperçoit cette ligne au travers d'un nombre quelconque de verres. Or, cet angle eſt préciſément celui ſous lequel l'œil placé à la diſtance requiſe pour voir parfaitement, apperçoit l'image de cette ligne, produite par les verres. Si donc, repréſentant par z la ligne qu'on conçoit dans l'objet, Nz eſt la grandeur de ſa derniere image, l'angle ſous lequel cette image eſt vue par l'œil placé à la diſtance à laquelle il doit être de cette image pour la bien voir, ſera $= \frac{Nz}{n}$, en nommant n cette diſtance. Mais appellant g la diſtance qui ſert à juger du groſſiſſement, l'angle ſous lequel la ligne z qu'on conçoit dans l'objet, ſerait vue, à la vue ſimple, $= \frac{z}{g}$; diviſant donc l'angle précédent par celui-ci, & repréſentant le groſſiſſement par m, on aura $m = \frac{Ng}{n}$. Pour avoir le rapport ſuivant lequel l'objet eſt amplifié, ſelon le nombre des verres, il ne s'agit donc plus que de ſubſtituer, à

la place de N, la quantité qui multiplie ζ dans l'expreſſion de l'image produite par ces verres. Suppoſons-en d'abord un.

43. L'image produite par un ſeul verre, $= \frac{f\zeta}{a}$. Subſtituant donc $\frac{f}{a}$ à la place de N, le groſſiſſement $m = \frac{fg}{an} = \frac{Lg}{n}$, en faiſant $f = La$. L'image eſt renverſée.

Suppoſons deux verres. L'image produite par ces verres, $= \frac{ff'}{aa'}\zeta$. Donc, ſubſtituant $\frac{ff'}{aa'}$, à la place de N, le groſſiſſement $m = \frac{ff'g}{aa'n} = \frac{LL'g}{n}$, en faiſant $f = La$, $f' = L'a'$. L'image eſt droite.

Suppoſons trois verres. L'image qu'ils produiſent, $= \frac{ff'f''\zeta}{aa'a''}$. Ainſi, ſubſtituant $\frac{ff'f''}{aa'a''}$ à la place de N, le groſſiſſement $m = \frac{ff'f''g}{aa'a''n} = \frac{LL'L''g}{n}$, en faiſant $f = La$, $f' = L'a'$, $f'' = L''a''$. L'image eſt renverſée.

Suppoſons quatre verres. L'image $= \frac{ff'f''f'''\zeta}{aa'a''a'''}$. Donc le groſſiſſement $m = \frac{ff'f''f'''g}{aa'a''a'''n} = \frac{LL'L''L'''g}{n}$. L'image eſt droite.

L'image produite par cinq verres, $= \frac{ff'f''f'''f^{iv}\zeta}{aa'a''a'''a^{iv}}$. Donc, le groſſiſſement $m = \frac{ff'f''f'''f^{iv}g}{aa'a''a'''a^{iv}n} = \frac{LL'L''L'''L^{iv}g}{n}$. L'image eſt renverſée.

On trouverait de même le groſſiſſement pour un plus grand nombre de verres.

44. On obſervera que la diſtance g à laquelle on rapporte le groſſiſſement, ne peut pas être la même dans tous les inſtrumens de Dioptrique. Pour les objets fort éloignés, il convient de comparer la grandeur dont ils paraiſſent au travers des verres, à celle dont on les voit à la vue ſimple, à la diſtance où ils ſont. Ainſi on a coutume alors de ſuppoſer la diſtance g égale à la diſtance a à laquelle ils ſont des verres. Tel eſt le cas des lunettes. Si l'on conſidere des objets très-proches, comme quand on obſerve avec le microſcope, on prend g égale à la diſtance à laquelle on voit diſtinctement les objets.

45. Développons actuellement les formules pour la confusion due à la sphéricité des verres.

Pour un seul verre. Le demi-diametre de la confusion $= \frac{f k^3}{4n} R$. Faisant $f = La$ & $H = \frac{L}{L+1}$, substituant dans la valeur de R, & mettant à la place de n sa valeur tirée de l'équation $m = \frac{Lg}{n}$, le demi-diametre de la confusion devient $= \frac{m k^3}{4 a^2 g} \mu \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{HL} \right)$.

Pour deux verres. Le demi-diametre de la confusion $= \frac{a' f' k^3}{4 f n} \left(\frac{f^2}{a'^2} R + \frac{a'^2}{f^2} R' \right)$. Faisant $f = La$, $f' = L'a'$, $H = \frac{L}{L+1}$, $H' = \frac{L'}{L'+1}$, substituant dans les valeurs de R & de R', & mettant à la place de n sa valeur tirée de l'équation $m = \frac{L L' g}{n}$, on trouve le demi-diametre de la confusion $= \frac{m k^3}{4 a^2 g} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{HL} \right) + \frac{a'}{L^4 a} \mu' \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H' L'} \right) \right)$.

Pour trois verres. Le demi-diametre de la confusion $= \frac{a' a'' f'' k^3}{4 f f' n} \left(\frac{f^2 f'^2}{a'^2 a''^2} R + \frac{a'^2 f'^2}{f^2 a''^2} R' + \frac{a'^2 a''^2}{f^2 f'^2} R'' \right)$. Faisant $f = La$, $f' = L'a'$, $f'' = L''a''$, $H = \frac{L}{L+1}$, $H' = \frac{L'}{L'+1}$, $H'' = \frac{L''}{L''+1}$, substituant dans les valeurs de R, R', R'', & mettant à la place de n sa valeur tirée de l'équation $m = \frac{L L' L'' g}{n}$, on aura le demi-diametre de la confusion $= \frac{m k^3}{4 a^2 g} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{HL} \right) + \frac{a'}{L^4 a} \mu' \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H' L'} \right) + \frac{a''}{L^4 L'^4 a} \mu'' \left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu''}{H'' L''} \right) \right)$.

Pour quatre verres. Le demi-diametre de la confusion $= \frac{a' a'' a''' f''' k^3}{4 f f' f'' n} \left(\frac{f^2 f'^2 f''^2}{a'^2 a''^2 a'''^2} R + \frac{a'^2 f'^2 f''^2}{f^2 a''^2 a'''^2} R' + \frac{a'^2 a''^2 f''^2}{f^2 f'^2 a'''^2} R'' + \frac{a'^2 a''^2 a'''^2}{f^2 f'^2 f''^2} R''' \right)$. Faisant $f = La$, $f' = L'a'$, &c., $H = \frac{L}{L+1}$, &c., substituant dans les valeurs de R, R', R'', R''', & mettant à la place de n sa valeur tirée de l'équation $m = \frac{L L' L'' L''' g}{n}$, on trouve que le demi-diametre de la confusion

$$= \frac{m k^3}{4 a^2 g} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{H L} \right) + \frac{a'}{L^4 a} \mu' \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H' L'} \right) + \right.$$

$$\left. \frac{a''}{L^4 L'^4 a} \mu'' \left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu''}{H'' L''} \right) + \frac{a'''}{L^4 L'^4 L''^4 a} \mu''' \left(\frac{\lambda'''}{H'''^3} + \frac{\nu'''}{H''' L'''} \right) \right).$$

On trouvera de même que pour cinq verres, le demi-diametre de la confuſion $= \frac{m k^3}{4 a^2 g} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{H L} \right) + \right.$

$$\frac{a'}{L^4 a} \mu' \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H' L'} \right) + \frac{a''}{L^4 L'^4 a} \mu'' \left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu''}{H'' L''} \right) + \frac{a'''}{L^4 L'^4 L''^4 a}$$

$$\left. \mu''' \left(\frac{\lambda'''}{H'''^3} + \frac{\nu'''}{H''' L'''} \right) + \frac{a^{IV}}{L^4 L'^4 L''^4 L'''^4 a} \mu^{IV} \left(\frac{\lambda^{IV}}{H^{IV 3}} + \frac{\nu^{IV}}{H^{IV} L^{IV}} \right) \right).$$

On voit ce qu'on aurait pour ſix, ſept, &c., verres.

46. On a ſuppoſé que les verres avaient tous une réfraction différente. Si tous avaient la même, μ & ν étant alors les mêmes pour tous les verres, il n'y aurait d'autre changement à faire dans ces expreſſions que d'écrire ces lettres ſans les accentuer.

Paſſons à ce qui concerne la clarté.

47. La clarté dans la viſion dépend de la quantité de rayons que l'œil reçoit de chaque point de l'objet. Si le cône ou cylindre de rayons qui entre dans l'œil, remplit la prunelle, on jouit de toute la clarté poſſible, à moins qu'on ne vienne à illuminer plus fortement l'objet. Si la ſection de ce cône ou de ce cylindre, à ſon entrée dans l'œil, eſt plus petite que la prunelle, la clarté diminue dans le même rapport; c'eſt ce qui a coutume d'arriver dans tous les inſtrumens de Dioptrique, dans leſquels on a cherché à augmenter conſidérablement la grandeur apparente; en ſorte qu'il importe beaucoup de déterminer l'amplitude du cône ou du cylindre lumineux qui eſt tranſmis de chaque point de l'objet à l'œil, quand on regarde au travers des verres.

48. Soit l'œil à la diſtance où il doit être de l'image formée par des verres. Soit cette diſtance repréſentée par n. Quoique l'image occupe un eſpace fini Ff (*fig. 7*), on peut faire ici abſtraction de la confuſion qui en réſulte, & conſidérer les rayons comme ſe coupant tous en f, d'où ils vont ſe rendre enſuite dans l'œil, en formant un cône dont les côtés font avec l'axe un angle $OfR = Dk$, k étant le demi-diametre de

l'ouverture du premier verre. Ainſi le demi-diametre de la ſection de ce cône, à ſon entrée dans l'œil, ſera $= Dnk$. Pour avoir ce demi-diametre, relativement au nombre des verres, on n'aura donc qu'à ſubſtituer à la place de D, la quantité qui multiplie k dans l'expreſſion de l'angle que font les rayons extrêmes avec l'axe.

49. Pour un verre, $D = \frac{1}{f}$; donc le demi-diametre du cône de lumiere, à ſon entrée dans l'œil, $= \frac{nk}{f}$.

Pour deux verres, $D = \frac{a'}{ff'}$; donc le demi-diametre de ce cône $= \frac{na'k}{ff'}$.

Pour trois verres, $D = \frac{a'a''}{ff'f''}$; donc ce demi-diametre $= \frac{na'a''k}{ff'f''}$.

On trouve de même que, pour quatre verres, ce demi-diametre $= \frac{na'a''a'''k}{ff'f''f'''}$; que pour cinq, il eſt $= \frac{na'a''a'''a^{iv}k}{ff'f''f'''f^{iv}}$, &c.

50. Ce demi-diametre forme une détermination très-commode du degré de clarté dont on jouit en regardant au travers des verres. Si donc on repréſente le degré de clarté par y, on aura $y = Dnk = \frac{gk}{ma}$.

51. Si l'on repréſente par i le demi-diametre de la prunelle, tant que y ſera plus grand que i, on aura toute la clarté poſſible, & elle ne ſera ſuſceptible d'être augmentée qu'autant que la prunelle pourra ſe dilater davantage.

52. Si y eſt plus petit que i, la clarté dont on jouira ſera d'autant plus petite; & dans ce cas, la clarté entiere étant repréſentée par l'unité, la clarté ſera $= \frac{yy}{ii}$, parce que la quantité de rayons qui entrent dans l'œil, eſt comme le carré du demi-diametre y.

CHAPITRE III.

Du champ apparent & du lieu de l'œil.

53. LE champ apparent eſt, dans les Inſtrumens de Dioptrique, la portion de l'objet dont les rayons partis de ſes différens points, paſſant par le centre de l'objectif, ſont tranſmis par tous les autres verres. Ainſi la grandeur du champ apparent eſt déterminée par l'ouverture des verres qui ſont au delà de l'objectif.

54. Le lieu de l'œil eſt le point où il faut placer l'œil pour appercevoir le champ apparent dans ſon entier. Ce point eſt évidemment celui où les rayons qui viennent des bords du champ apparent, coupent l'axe des verres.

55. Voyons d'abord comment on détermine le champ apparent, & commençons par remarquer que, d'après ſa définition, on peut conſidérer l'ouverture de l'objectif comme nulle. On négligera toujours l'épaiſſeur des verres.

56. Suppoſons l'Inſtrument compoſé de deux verres. Soient Ee (*fig.* 12) le demi-diametre du champ apparent, Fg l'image produite par le 1er. verre AA, $F'g'$ l'image produite par ce premier verre & le ſecond $A'A'$, eD le rayon parti de l'extrémité e du champ apparent, lequel paſſe par les extrémités g, g' des images, & détermine l'ouverture du dernier verre $A'A'$, & le lieu O de l'œil.

Soient $Ee = z$, $DE = a$, $DF = f$, $FD' = a'$, $D'F' = f'$. L'image $Fg = \frac{fz}{a}$, & l'image $F'g' = \frac{ff'z}{aa'}$. Repréſentons par A' le demi-diametre $D'A'$ de l'ouverture du ſecond verre. On le trouvera par cette analogie; $DF : DD' :: Fg : D'A'$; d'où l'on aura $D'A'$ ou $A' = \frac{a'+f}{a}z$.

Suppoſant donnée l'ouverture de ce ſecond verre, il eſt évident qu'on aura auſſi-tôt le demi-diametre du champ apparent.

57. Si au delà de ce verre, il y en avait un troiſieme $A''A''$,

(*fig.* 13) nommant $F'D''$, a'', & $D''F''$, f'', l'image $F''g''$ produite par les trois verres, ſerait $= \frac{ff'f''z}{aa'a''}$; & l'on trouverait le demi-diametre $B''A''$ de l'ouverture de ce verre, que nous repréſenterons par A'', au moyen de cette proportion; $D'F' : D'A' + F'g' :: F'D'' : D''A'' - F'g'$, ce qui donne $D''A''$ ou $A'' = \frac{D'A'.D''F' + D'D''.F'g'}{D'F'} = \frac{A'a''}{f'} + \frac{a''f + ff'}{a'} \cdot \frac{z}{a}$.

Diviſant la valeur de A' par a', on aura $\frac{A'}{a'} = \left(1 + \frac{f}{a'}\right)\frac{z}{a}$; ſi l'on diviſe celle de A'' par a'', on aura $\frac{A''}{a''} = \frac{A'}{f'} + \left(\frac{f}{a'} + \frac{ff'}{a'a''}\right)\frac{z}{a}$. Retranchant cette derniere équation de la premiere, on aura $A'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) - \frac{A''}{a''} = \left(1 - \frac{ff'}{a'a''}\right)\frac{z}{a}$.

Les ouvertures des verres étant données, on pourra déterminer le champ apparent, au moyen de cette derniere équation ou de la premiere $\frac{A'}{a'} = \left(1 + \frac{f}{a'}\right)\frac{z}{a}$. On prendra pour le demi-diametre du champ apparent la plus petite valeur de z.

58. S'il y avoit un quatrieme verre $A'''A'''$, (*fig.* 14) nommant $F''D'''$, a''', & $D'''F'''$, f''', l'image $F'''f'''$ produite par les quatre verres, ſerait $= \frac{ff'f''f'''}{aa'a''a'''}z$; & pour avoir le demi-diametre $D'''A'''$ de ce verre, on n'aurait qu'à faire cette proportion, $D''F'' : D''A'' + F''g'' :: F''D''' : D'''A''' - F''g''$, d'ou l'on tire $D'''A'''$ ou A''' (en nommant A''' le demi-diametre $D'''A'''$ de l'ouverture du verre $A'''A'''$)
$= \frac{D''A''.D'''F'' + D''D'''.F''g''}{D''F''} = \frac{A''.a'''}{f''} + \frac{a'''ff' + ff'f''}{a'a''} \cdot \frac{z}{a}$.
On aura donc $\frac{A'''}{a'''} = \frac{A''}{f''} + \left(\frac{ff'}{a'a''} + \frac{ff'f''}{a'a''a'''}\right)\frac{z}{a}$. Ajoutant cette équation avec l'équation $A'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) - \frac{A''}{a''} = \left(1 - \frac{ff'}{a'a''}\right)\frac{z}{a}$, on aura $A'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) - A''\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) + \frac{A'''}{a'''} = \left(1 + \frac{ff'f''}{a'a''a'''}\right)\frac{z}{a}$. Soit avec cette équation, ſoit avec l'une des deux précédentes, on aura la valeur de z, & la valeur la plus petite de z ſera le demi-diametre du champ apparent.

Si l'on avait cinq verres, on trouverait, en ſe conduiſant de même, l'équation $A'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) - A''\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) +$

$A''' \left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''}\right) - \frac{A'^{IV}}{f'^{IV}} = \left(1 + \frac{ff'f''f'''}{a'a''a'''a'^{IV}}\right)\frac{\zeta}{a}$.

On voit à préſent comment le champ apparent dépend de l'ouverture de chacun des verres.

59. Si on nomme F, F', F'', F''', &c., les diſtances focales des verres AA, $A'A'$, $A''A''$, $A'''A'''$, &c., on a $\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{f}$, $\frac{1}{F'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}$, $\frac{1}{F''} = \frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}$, $\frac{1}{F'''} = \frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''}$, &c.; & par conſéquent $A'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) = \frac{A'}{F'}$, $A''\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) = \frac{A''}{F''}$, &c. Mais pour que les courbures des ſurfaces des verres ne ſoient pas d'un trop grand nombre de degrés, il faut que les ouvertures ſoient renfermées dans certaines limites; il faut que $A' < \frac{1}{2}F'$, $A'' < \frac{1}{2}F''$, &c.; &, ſuivant la forme des verres, il faut prendre la valeur des fractions $\frac{A'}{F'}$, $\frac{A''}{F''}$, &c., aſſez au-deſſous de $\frac{1}{2}$ pour ne pas ſurpaſſer $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{6}$.

Ainſi, ſi l'on fait $A'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) = \pi$, $A''\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) = \pi'$, $A'''\left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''}\right) = \pi''$, &c., ces lettres π, π', π'', &c., déſigneront des fractions dont la valeur ſera au plus $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$; en ſorte qu'il faudra prendre garde de ſuppoſer à ces lettres une valeur trop grande. Ces mêmes lettres déſignent, comme l'on voit, le quotient du demi-diametre de l'ouverture diviſé par la diſtance focale, que M. Euler nomme *rapport d'ouverture*. Comme on eſt le maître de la valeur qu'on peut donner à ces lettres, pourvu qu'on ne paſſe pas les limites qu'on vient de preſcrire, il ſera bon de les faire entrer dans le calcul, & de déterminer les autres par elles; car on obtient, par leur ſecours, une expreſſion très-ſimple du champ apparent. On pourra, par cette raiſon, introduire auſſi le champ apparent dans le calcul. Suppoſons $\frac{\zeta}{a} = \varphi$, en ſorte que φ ſoit l'angle ſous lequel on appercevrait le demi-diametre du champ apparent ſi on plaçait l'œil à l'objectif. Introduiſons les nombres π, π', π'', &c. & φ, & voyons comment ils nous donnent les autres quantités.

60. Propoſons-nous de déterminer les quantités $a, f; a', f'; a'', f''$, &c.

&c., au moyen de ces nombres. Puiſque $\pi = A'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right)$, $\pi' = A''\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right)$, &c., on aura $A' = \frac{\pi a' f'}{a' + f'}$, $A'' = \frac{\pi' a'' f''}{a'' + f''}$, $A''' = \frac{\pi'' a''' f'''}{a''' + f'''}$, &c.

Et les équations trouvées ci-deſſus pour la détermination du champ apparent, deviendront $\frac{\pi f'}{a' + f'} = \left(1 + \frac{f}{a'}\right)\varphi$, $\pi - \frac{\pi' f''}{a'' + f''} = \left(1 - \frac{f f'}{a' a''}\right)\varphi$, $\pi - \pi' + \frac{\pi'' f'''}{a''' + f'''} = \left(1 + \frac{f f' f''}{a' a'' a'''}\right)\varphi$, $\pi - \pi' + \pi'' - \frac{\pi''' f^{iv}}{a^{iv} + f^{iv}} = \left(1 - \frac{f f' f'' f'''}{a' a'' a''' a^{iv}}\right)\varphi$, &c.

Faiſons $f = La$, $f' = L'a'$, $f'' = L''a''$, $f''' = L'''a'''$, &c., enſorte que L, L', L'', &c., marquent des nombres abſolus, les équations précédentes deviendront $\frac{L'\pi}{L'+1} = \left(1 + \frac{La}{a'}\right)\varphi$, $\pi - \frac{L''\pi'}{L''+1} = \left(1 - \frac{LL'a}{a''}\right)\varphi$, $\pi - \pi' + \frac{L'''\pi''}{L''+1} = \left(1 + \frac{LL'L''a}{a'''}\right)\varphi$, $\pi - \pi' + \pi'' - \frac{L^{iv}\pi^{iv}}{L^{iv}+1} = \left(1 - \frac{LL'L''L'''a}{a'''}\right)\varphi$, &c., d'où l'on tirera $a' = \frac{L(L'+1)a\varphi}{L'\pi - (L'+1)\varphi}$, $a'' = \frac{LL'(L''+1)a\varphi}{L''\pi' - (L''+1)(\pi - \varphi)}$, $a''' = \frac{LL'L''(L'''+1)a\varphi}{L'''\pi'' - (L'''+1)(\pi' - \pi + \varphi)}$, $a^{iv} = \frac{LL'L''L'''(L^{iv}+1)a\varphi}{L^{iv}\pi''' - (L^{iv}+1)(\pi - \pi' + \pi'' - \varphi)}$, &c.

Donc $f' = \frac{LL'(L'+1)a\varphi}{L'\pi - (L'+1)\varphi}$, $f'' = \frac{LL'L''(L''+1)a\varphi}{L''\pi' - (L''+1)(\pi - \varphi)}$, $f''' = \frac{LL'L''L'''(L'''+1)a\varphi}{L'''\pi'' - (L'''+1)(\pi' - \pi + \varphi)}$, $f^{iv} = \frac{LL'L''L'''L^{iv}(L^{iv}+1)a\varphi}{L^{iv}\pi''' - (L^{iv}+1)(\pi - \pi' + \pi'' - \varphi)}$, &c.

Et les diſtances focales ſeront $F = \frac{La}{L+1}$, $F' = \frac{LL'a\varphi}{L'\pi - (L'+1)\varphi}$, $F'' = \frac{LL'L''a\varphi}{L''\pi' - (L''+1)(\pi - \varphi)}$, $F''' = \frac{LL'L''L'''a\varphi}{L'''\pi'' - (L'''+1)(\pi' - \pi + \varphi)}$, $F^{iv} = \frac{LL'L''L'''L^{iv}a\varphi}{L^{iv}\pi''' - (L^{iv}+1)(\pi - \pi' + \pi'' - \varphi)}$, &c.

61. On obſervera que tous les nombres introduits dans le calcul, pouvant être pris poſitivement & négativement, il faut toujours les prendre tels que les intervalles des verres, $f + a$, $f' + a''$, $f'' + a'''$, &c., ſoient poſitifs.

62. Pour ſimplifier les formules précédentes, on n'aura qu'à

faire $\frac{L}{L+1} = H$, $\frac{L'}{L'+1} = H'$, $\frac{L''}{L''+1} = H''$, &c., en sorte que $L = \frac{H}{1-H}$, $L' = \frac{H'}{1-H'}$, $L'' = \frac{H''}{1-H''}$, &c., & l'on aura $a' = \frac{L a \varphi}{H' \pi - \varphi}$, $a'' = \frac{L L' a \varphi}{H'' \pi' - \pi + \varphi}$, $a''' = \frac{L L' L'' a \varphi}{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$,

$a^{IV} = \frac{L L' L'' L''' a \varphi}{H^{IV} \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}$, &c., $f' = \frac{L L' a \varphi}{H' \pi - \varphi}$,

$f'' = \frac{L L' L'' a \varphi}{H'' \pi' - \pi + \varphi}$, $f''' = \frac{L L' L'' L''' a \varphi}{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$,

$f^{IV} = \frac{L L' L'' L''' L^{IV} a \varphi}{H^{IV} \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}$, &c.

Et les distances focales seront $F = Ha$, $F' = \frac{L H' a \varphi}{H' \pi - \varphi}$,

$F'' = \frac{L L' H'' a \varphi}{H'' \pi' - \pi + \varphi}$, $F''' = \frac{L L' L'' H''' a \varphi}{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$,

$F^{IV} = \frac{L L' L'' L''' H^{IV} a \varphi}{H^{IV} \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}$, &c.

Ayant les quantités a', f', a'', f'', &c., on aura les intervalles des verres. Et comme le demi-diametre de l'ouverture d'un verre est égal au nombre π qui appartient à ce verre, multiplié par la distance focale, on aura aussi le demi-diametre de l'ouverture de chaque verre, puisqu'on connaît sa distance focale.

63. Il reste maintenant à déterminer l'endroit où il faut placer l'œil pour appercevoir le champ apparent dans son entier. On considérera l'ouverture de la prunelle comme nulle, ou ce qui revient au même, comme réduite à un point.

Pour deux verres (*fig.* 12), le lieu de l'œil O se trouvera par cette proportion, $D'A' + F'g' : D'F' :: D'A' : D'O$; donc $D'O = \frac{D'A' \cdot D'F'}{D'A' + F'g'}$. Mais (62) l'on a $D'A' = \frac{L H' a \pi}{H' \pi - \varphi} \varphi$; $F'g' = \frac{ff'\zeta}{a a'} = L L' a \varphi$; donc $D'A' + F'g' = \frac{L((L'+1)H'\pi - L'\varphi) a \varphi}{H'\pi - \varphi} = \frac{L L' (\pi - \varphi) a \varphi}{H' \pi - \varphi}$, à cause que $(L'+1)H' = L'$; donc $\frac{D'A'}{D'A' + F'g'} = \frac{H'\pi}{L'(\pi - \varphi)}$; de plus $D'F' = f' = \frac{L L' a \varphi}{H' \pi - \varphi}$; donc $D'O = \frac{L H' a \pi \varphi}{(\pi - \varphi)(H'\pi - \varphi)}$.

Le lieu de l'œil pour trois verres (*fig.* 13), se trouvera par cette analogie, $D''A'' + F''g'' : D''E'' :: D''A'' : D''O$;

donc $D''O = \frac{D''A'' \cdot D''F''}{D''A'' + F''g''}$. Mais (62) l'on a $D''A'' = \frac{LL'H''a\pi'\varphi}{H''\pi' - \pi + \varphi}$; $F''g'' = \frac{ff'f''z}{aa'a''} = LL'L''a\varphi$; donc $D''A'' + F''g'' = \frac{LL'((L''+1)H''\pi' - L''\pi + L''\varphi)a\varphi}{H''\pi' - \pi + \varphi} = \frac{LL'L''(\pi' - \pi + \varphi)a\varphi}{H''\pi' - \pi + \varphi}$, à cause que $(L''+1)H'' = L''$; donc $\frac{D''A''}{D''A'' + F''g''} = \frac{H''\pi'}{L''(\pi' - \pi + \varphi)}$; de plus $D''F'' = f'' = \frac{LL'L''a\varphi}{H''\pi' - \pi + \varphi}$; donc $D''O = \frac{LL'H''a\pi'\varphi}{(\pi' - \pi + \varphi)(H''\pi' - \pi + \varphi)}$.

Pour quatre verres, on trouvera pour le lieu de l'œil,

$D'''O = \frac{LL'L''H'''a\pi''\varphi}{(\pi'' - \pi' + \pi - \varphi)(H''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi)}$.

Pour cinq verres, on aura pour le lieu de l'œil,

$D^{IV}O = \frac{LL'L''L'''H^{IV}a\pi'''\varphi}{(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi)(H^{IV}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi)}$.

Et ainsi d'un plus grand nombre.

64. Il faut donc que, dans tous les cas, la distance de l'œil vienne positive; car si elle se trouvait négative, l'œil ne pourrait jamais appercevoir tout le champ apparent. Dans le cas où la distance de l'œil se trouve négative, il faut appliquer l'œil contre le dernier verre, & alors on ne verra pas davantage que si l'ouverture de ce verre était égale à la grandeur de la prunelle.

65. Les suppositions demeurant les mêmes, cherchons la disposition que doivent avoir les verres, pour que l'œil placé en son lieu voye distinctement l'objet.

Comme on suppose nulle ou infiniment petite l'ouverture de l'objectif, il ne peut y avoir d'autre confusion, dans la vision, que celle qui viendrait de ce que l'œil ne serait pas à une distance convenable de la derniere image. Pour que cette confusion n'ait point lieu, on n'aura donc qu'à disposer les verres de maniere que la derniere image tombe à la distance de l'œil à laquelle il voit distinctement les objets. Représentons cette distance par n. Comme dans les figures le lieu de l'œil tombe entre le dernier verre & l'image produite par ce verre, & qu'il doit tomber au contraire au delà de cette derniere image,

on n'aura qu'à prendre négativement la distance de l'œil à cette image, & l'égaler à n.

Pour deux verres.

On a $F'O = \frac{D'O \cdot F'g'}{D'A'}$. Mais $D'O = \frac{L H' a\pi\varphi}{(\pi-\varphi)(H'\pi-\varphi)}$, $F'g' = LL'a\varphi$, $D'A' = \frac{L H' a\pi\varphi}{H'\pi-\varphi}$; donc $F'O = \frac{L L' a\varphi}{\pi-\varphi}$. Prenant cette valeur de $F'O$ négativement, & l'égalant à n, on aura $-\frac{L L' a\varphi}{\pi-\varphi} = n$, d'où l'on tire, pour le second verre, $L' = -\frac{(\pi-\varphi)n}{La\varphi}$, & pour le lieu de l'œil, $D'O = -\frac{H'\pi n}{L'(H'\pi-\varphi)}$.

Pour trois verres.

On a $F''O = \frac{D''O \cdot F''g''}{D''A''}$. Or $D''O = \frac{L L' H'' a\pi'\varphi}{(\pi'-\pi+\varphi)(H''\pi'-\pi+\varphi)}$, $F''g'' = LL'L''a\varphi$, $D''A'' = \frac{L L' H'' a\pi'\varphi}{H''\pi'-\pi+\varphi}$; donc $F''O = \frac{L L' L'' a\varphi}{\pi'-\pi+\varphi}$. Donc, on aura $-\frac{L L' L'' a\varphi}{\pi'-\pi+\varphi} = n$, d'où l'on tire, pour le dernier verre, $L'' = -\frac{(\pi'-\pi+\varphi)n}{LL'a\varphi}$, & pour le lieu de l'œil, $D''O = -\frac{H''\pi' n}{L''(H''\pi'-\pi+\varphi)}$.

Pour quatre verres.

On trouvera de même pour le quatrieme, $L''' = -\frac{(\pi''-\pi'+\pi-\varphi)n}{LL'L''a\varphi}$, & pour le lieu de l'œil, $D'''O = -\frac{H'''\pi'' n}{L'''(H'''\pi''-\pi'+\pi-\varphi)}$.

Pour cinq verres.

On trouvera pour le cinquieme, $L^{IV} = -\frac{(\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\varphi)n}{LL'L''L'''a\varphi}$, & pour le lieu de l'œil, $D^{IV}O = -\frac{H^{IV}\pi''' n}{L^{IV}(H^{IV}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\varphi)}$.

Et ainsi pour un plus grand nombre de verres.

66. Jusqu'à présent on a considéré le champ apparent φ comme donné, & delà on a déterminé l'espece & la disposition convenables des verres, pour que le champ apparent soit d'une grandeur donnée, & on a trouvé que rien n'empêche de sa-

tisfaire à cette condition, les nombres L, L', L'', L''', &c., étant abſolument arbitraires, de même que les nombres π, π', π'', π''', &c., pourvu toutefois qu'on prenne ceux-ci au deſſous de $\frac{1}{3}$ ou de $\frac{1}{4}$. Mais on n'a pas tenu compte de la quantité dont l'objet doit paraître amplifié, & cette amplification borne tellement le champ apparent, qu'il ne doit pas paſſer certaines limites. Ainſi il eſt néceſſaire d'introduire l'amplification ou groſſiſſement dans l'expreſſion du champ apparent.

67. Soit g la diſtance à laquelle on rapporte l'amplification. Le demi-diametre $a\varphi$ du champ apparent ſera donc vu, à l'œil nud, à la diſtance g, ſous un angle dont la tangente $= \frac{a\varphi}{g}$. Si donc m marque la quantité de fois que la même grandeur $a\varphi$ doit être amplifiée, vue au travers des verres, il faut qu'on l'apperçoive ſous un angle dont la tangente $= \frac{ma\varphi}{g}$. Or il ſera facile d'avoir cet angle; d'où l'on aura l'angle φ, & par conſéquent le demi-diametre $a\varphi$ du champ apparent. Comme cette amplification ſe rapporte, non aux angles mêmes, mais à leurs tangentes, il eſt évident qu'il n'y a que les parties de l'objet ſituées près du centre E, qui ſoient amplifiées dans le rapport donné, & que celles qui en ſont plus éloignées, ſont amplifiées dans un moindre rapport.

Suppoſons deux verres.

La tangente de l'angle ſous lequel l'image $F'g'$ (*fig.* 12) eſt vue par l'œil placé en O, $= \frac{D'A'}{D'O} = \pi - \varphi$; ſi donc $\frac{ma\varphi}{g}$ eſt l'angle ſous lequel cette image doit être apperçue, on aura $\pi - \varphi = \frac{ma\varphi}{g}$, d'où l'on tire $\varphi = \frac{\pi g}{ma+g}$.

L'objet paraîtra renverſé.

Pour que la viſion ſoit diſtincte, il faut, en introduiſant la valeur de φ dans celle de L', que $L' = -\frac{mn}{Lg}$, & par conſéquent que $H' = -\frac{mn}{Lg-mn}$.

Subſtituant ces valeurs de L' & de H', avec celle de φ, dans l'expreſſion du lieu de l'œil, on aura $D'O = \frac{Lgn(ma+g)}{m^2an+Lg^2}$.

Pour trois verres.

La tangente de l'angle ſous lequel l'œil placé en O (*fig. 13*) voit l'image $F''g''$, $= \frac{D''A''}{D''O} = \pi' - \pi + \varphi$; cette image doit être vue ſous l'angle $\frac{ma\varphi}{g}$; on aura donc $\pi' - \pi + \varphi = \frac{ma\varphi}{g}$, d'où l'on tire $\varphi = \frac{(\pi' - \pi)g}{ma - g}$.

L'objet eſt vu droit.

Enſuite, pour que la viſion ſoit diſtincte, il faut que $L'' = -\frac{mn}{LL'g}$, & par conſéquent que $H'' = -\frac{mn}{LL'g - mn}$. Subſtituant ces valeurs de L'' & de H'', avec celle de φ, dans l'expreſſion du lieu de l'œil, on aura

$$D''O = \frac{LL'gn(ma - g)\pi'}{(m^2an - LL'g^2)\pi' + ma(LL'g - mn)\pi}.$$

Pour quatre verres.

La tangente de l'angle ſous lequel l'œil placé en O (*fig 14*) voit l'image $F'''g'''$, $= \frac{D'''A'''}{D'''O} = \pi'' - \pi' + \pi - \varphi$. Cette image doit être vue ſous l'angle $\frac{ma\varphi}{g}$; on aura donc $\pi'' - \pi' + \pi - \varphi = \frac{ma\varphi}{g}$, d'où l'on tire $\varphi = \frac{(\pi'' - \pi' + \pi)g}{ma + g}$.

L'objet eſt vu renverſé.

Enſuite, pour que la viſion ſoit diſtincte, il faut que $L''' = -\frac{mn}{LL'L''g}$, & par conſéquent que $H''' = -\frac{mn}{LL'L''g - mn}$. Subſtituant ces valeurs de L''' & de H''', avec celle de φ, dans l'expreſſion du lieu de l'œil, on aura

$$D'''O = \frac{LL'L''gn(ma + g)\pi''}{(m^2na + LL'L''g^2)\pi'' + ma(LL'L''g - mn)(\pi' - \pi)}.$$

Pour cinq verres.

La tangente de l'angle ſous lequel l'œil placé en O (*fig 14*) voit l'image $F^{IV}f^{IV}$, $= \frac{D^{IV}A^{IV}}{D^{IV}O} = \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi$; cette image doit être vue ſous l'angle $\frac{ma\varphi}{g}$; on aura donc $\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi = \frac{ma\varphi}{g}$, d'où l'on tire

$$\varphi = \frac{(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi)g}{ma - g}.$$

L'objet eſt vu droit.

Pour que la viſion ſoit diſtincte, il faut que $L^{IV} = -\frac{mn}{LL'L''L'''g}$, & par conſéquent que $H^{IV} = -\frac{mn}{LL'L''L'''g - mn}$.

Subſtituant ces valeurs de L^{IV} & de H^{IV}, avec celle de φ, dans l'expreſſion du lieu de l'œil, on aura

$$D^{IV}O = \frac{LL'L''L'''gn(ma-g)\pi'''}{(m^2an - LL'L''L'''g^2)\pi''' + ma(LL'L''L'''g - mn)(\pi'' - \pi' + \pi)}.$$

Pour ſix verres.

On aura $\varphi = \frac{(\pi^{IV} - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi)g}{ma+g}$;

& la viſion diſtincte exige que $L^{V} = -\frac{mn}{LL'L''L'''L^{IV}g}$, & que par conſéquent $H^{V} = -\frac{mn}{LL'L''L'''L^{IV}g - mn}$.

On aura donc, pour le lieu de l'œil, $D^{V}O =$

$$\frac{LL'L''L'''L^{IV}gn(ma+g)\pi^{IV}}{(m^2an + LL'L''L'''L^{IV}g^2)\pi^{IV} + ma(LL'L''L'''L^{IV}g - mn)(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi)}.$$

L'objet ſera vu renverſé.

Et ainſi pour un plus grand nombre de verres.

68. On voit donc qu'étant donnés les rapports d'ouverture des verres π, π', π'', &c., le groſſiſſement m, la diſtance g à laquelle on rapporte le groſſiſſement, & la diſtance a de l'objet au premier verre, on a le champ apparent.

69. Afin donc, que, pour un groſſiſſement donné, le champ apparent ſoit le plus grand poſſible, il faudra donner aux lettres π, π', π'', &c., les valeurs les plus grandes poſſibles, & que ces valeurs ſoient alternativement poſitives & négatives. Si donc on peut porter juſqu'à $\frac{1}{3}$ les valeurs de π, π', π'', &c., la plus grande valeur de φ, pour un nombre quelconque de verres, ſera :

Pour deux verres, $\varphi = \frac{g}{3(ma+g)}$;

Pour trois verres, $\varphi = \frac{2g}{3(ma-g)}$;

Pour quatre verres, $\varphi = \frac{3g}{3(ma+g)}$;

Pour cinq verres, $\varphi = \frac{4g}{3(ma-g)}$;

&c.

70. On peut donc augmenter le champ apparent, en multipliant les verres. Mais on voit auſſi que plus on amplifie l'objet, plus on fait diminuer le champ apparent.

71. On peut prendre poſitivement ou négativement le nombre m qui exprime le groſſiſſement. Si on le prend poſitivement, alors l'objet eſt vu renverſé, lorſque le nombre des verres eſt pair ; & on le voit dans ſa ſituation naturelle, ſi le nombre des verres eſt impair. Le contraire arrive, ſi m eſt un nombre négatif.

72. On remarquera que le champ apparent eſt renfermé dans des limites qu'il ne peut jamais paſſer, quel que ſoit le nombre des verres qu'on emploie, & quelle que ſoit leur diſpoſition. Car l'angle que font avec l'axe les rayons qui entrent dans l'œil placé en O, ne pouvant gueres être de plus de 60 degrés, puiſqu'à la vue ſimple on ne peut appercevoir dans le ciel un eſpace plus grand que 120 degrés, ſi on ſuppoſe cet angle le plus grand que l'œil peut embraſſer, d'environ 63 degrés, dont la tangente $= 2$, on aura, pour un nombre quelconque de verres, $\frac{ma\varphi}{g} = 2$, d'où l'on a $\varphi = \frac{2g}{ma}$, & $a\varphi = \frac{2g}{m}$. Ainſi, étant donnés le groſſiſſement m & la diſtance g à laquelle on le rapporte, le demi-diametre de la portion de l'objet qu'on peut appercevoir, ne peut jamais être plus grand que $\frac{2g}{m}$. Dans les lunettes où $g = a$, & où le demi-diametre du champ apparent s'eſtime par l'angle même φ, ſa tangente ne peut donc jamais être plus grande que $\frac{2}{m}$.

73. On obſervera au ſujet du lieu de l'œil, que rien n'oblige d'y placer l'œil exactement. Cela ne ſerait néceſſaire qu'autant que la prunelle aurait extrêmement peu d'ouverture, parce qu'autrement l'œil ne pourrait recevoir tous les rayons tranſmis par les verres. Mais comme elle eſt toujours ouverte d'une certaine quantité, on peut, ſans rien perdre, écarter un peu l'œil de ce lieu-là, en ſorte qu'il ſerait ſuperflu de chercher à l'y placer trop exactement, à moins que l'ouverture du dernier verre ne fût très-grande. Mais ſi elle ne ſurpaſſe pas la prunelle,

nelle, & même qu'elle ſoit plus petite, il eſt évident qu'en appliquant l'œil immédiatement contre ce dernier verre, il reçoit tous les rayons, & apperçoit le même champ apparent que ſi on le mettait au lieu qui lui eſt aſſigné. Si donc, dans ces cas, la diſtance de ce lieu-là ſe trouve négative, l'œil ne perd rien du champ apparent, pourvu qu'il ſoit appliqué immédiatement contre le dernier verre.

CHAPITRE IV.

De l'Aberration de Réfrangibilité.

74. L'Aberration de réfrangibilité eſt la variation occaſionnée dans le foyer ou lieu de l'image produite par un ou pluſieurs verres, par la diverſe réfrangibilité des rayons de lumiere. Voyons comment on la détermine, abſtraction faite de l'épaiſſeur de ces verres. On a, pour le premier verre, $\frac{1}{f} = (P - 1)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - \frac{1}{a}$.

Pour avoir la variation qu'occaſionne la différente réfrangibilité dans le foyer ou le lieu de l'image produite par ce verre, on n'aura qu'à différencier, en faiſant varier f & P, & on aura $df = -ffdP\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$, ou $df = -\frac{ffdP}{P-1}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)$, à cauſe que $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{P-1}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)$, ou enfin $df = -\frac{ffdP}{(P-1)F}$, parce que $\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{f}$, F déſignant la diſtance focale.

Ce foyer ou image peut être conſidéré comme un point lumineux ou objet qui envoie des rayons ſur un ſecond verre placé au delà du premier; or, la différente réfrangibilié rendant variable ſa diſtance à ce ſecond verre, il en réſultera néceſſairement une double variation dans le foyer ou image produite par ce verre, & cet effet ſera encore beaucoup plus conſidérable dans les verres ſuivants.

75. Ayant donc pour ce ſecond verre $\frac{1}{f'} = (P - 1)\left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'}\right) - \frac{1}{a'}$, pour avoir la variation produite dans le foyer ou image, par la différente réfrangibilité, il faudra différencier en faiſant varier f, P & a'; on aura $df' = -\frac{f'f'dP}{P-1}\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) - \frac{f'f'da'}{a'a'}$, ou $df' = -\frac{f'f'dP}{(P-1)F'} - \frac{f'f'da'}{a'a'}$, F' étant la diſtance focale de ce ſecond verre.

Si le rapport de réfraction pour ce ſecond verre était différent du rapport de réfraction pour le premier, repréſentant ce nouveau rapport par P', on aurait $df' = -\frac{f'f'dP'}{(P'-1)F'} - \frac{f'f'da'}{a'a'}$.

Comme l'intervalle $f + a'$ des deux verres eſt conſtant, on aura $d(f + a') = 0$, ou $da' = -df'$; ainſi, ſi l'on veut chaſſer da', on n'aura qu'à ſubſtituer, à ſa place, la valeur de $-df$.

76. Si on a un troiſieme verre au delà du foyer ou image produite par le ſecond, pour lequel on ait $\frac{1}{f''} = (P - 1)\left(\frac{1}{b''} + \frac{1}{c''}\right) - \frac{1}{a''}$, on aura de même $df'' = -\frac{f''f''dP}{P-1}\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) - \frac{f''f''da''}{a''a''}$, ou $df'' = -\frac{f''f''dP}{(P-1)F''} - \frac{f''f''da''}{a''a''}$.

Comme la diſtance $f' + a''$ de ce troiſieme verre au ſecond eſt conſtante, on aura $df' + da'' = 0$, ou $da'' = -df'$; ainſi on pourra faire diſparaître da'' en ſubſtituant, à ſa place, la valeur de $-df'$.

Si le rapport de réfraction eſt différent pour ce troiſieme verre, & repréſenté par P'', on aura $df'' = -\frac{f''f''dP''}{P''-1}\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) - \frac{f''f''da''}{a''a''}$, ou $df'' = -\frac{f''f''dP''}{(P''-1)F''} - \frac{f''f''da''}{a''a''}$.

77. Si on a un quatrieme verre ſitué au delà de l'image produite par le troiſieme, pour lequel on ait $\frac{1}{f'''} = (P - 1)\left(\frac{1}{b'''} + \frac{1}{c'''}\right) - \frac{1}{a'''}$, on aura de même la variation produite dans le lieu de ſon image par la différente réfrangibilité, ex-

primée par $df''' = -\frac{f''' f''' dP}{P-1}\left(\frac{1}{a'''}+\frac{1}{f'''}\right) - \frac{f''' f''' da'''}{a''' a'''}$,

ou $df''' = -\frac{f''' f''' dP}{(P-1)F'''} - \frac{f''' f''' da'''}{a''' a'''}$.

La distance $f'' + a'''$ de ce verre au troisieme étant constante, on aura $da''' = -df''$; ainsi on pourra faire disparaître da''', en introduisant, à sa place, la valeur de $-df''$.

Si le rapport de réfraction pour ce verre était P''', on aurait $df''' = -\frac{f''' f''' dF'''}{P'''-1}\left(\frac{1}{a'''}+\frac{1}{f'''}\right) - \frac{f''' f''' da'''}{a''' a'''}$, ou $df''' = -\frac{f''' f''' dP'''}{(P'''-1)F'''} - \frac{f''' f''' da'''}{a''' a'''}$.

Et ainsi d'un plus grand nombre de verres.

78. Dans le verre commun, $P = 1{,}55$ pour les rayons de réfrangibilité moyenne. Pour les rouges, on a $P - dP = 1{,}54$, & pour les violets, $P + dP = 1{,}56$; en sorte que $dP = \frac{1}{100}$, si l'on considere la quantité dont l'image produite par les rayons rouges est plus éloignée du verre que celle qui est produite par les rayons moyens, ou la quantité dont l'image produite par les rayons violets est moins éloignée que cette image moyenne, prenant négativement cette différence dP dans le premier cas, & positivement dans le second.

79. Non-seulement la diverse réfrangibilité des rayons fait varier le lieu de l'image, elle fait varier encore la grandeur de cette image. Comme on connaît la grandeur de l'image produite par tant de verres qu'on voudra, on aura aisément par la différenciation, le changement que lui occasionne la différente réfrangibilité de la lumiere.

80. La diverse réfrangibilité altérant donc doublement l'image, il en résulte une double confusion dans la vision. Pour découvrir de quelle maniere on pourra la faire disparaître, remarquons d'abord que si Ii (*fig. 16*) est l'image produite par les rayons moyens, Rr & Vv seront les images produites par les rayons rouges & les rayons violets, que les intervalles IR, IV entre ces images & l'image Ii sont égaux, & que les différences $Ii - Rr$, $Vv - Ii$ sont aussi égales; que de plus ces images ne sont pas les seules, qu'il y en a une multitude d'autres entre les extrêmes Rr & Vv, lesquelles se pré-

ſentent de même à l'œil ; d'où il ſuit que plus il y aura de différence tant dans le lieu que dans la grandeur de ces images, plus il y aura de confuſion dans la viſion. Le moyen d'anéantir cette confuſion ſerait donc de trouver une forme & une diſpoſition des verres, telles que l'intervalle RV & les différences entre les images Rr, Vv devinſſent nuls ; en ſorte qu'on ne peut détruire entierement cette confuſion qu'en ſatisfaiſant à ces deux conditions à la fois. Au reſte ſi l'on ne peut ſatisfaire à toutes les deux à la fois, il y aura au moins un lieu O où la confuſion ſera très-peu ſenſible pour l'œil qui y ſera placé, lequel ſera au point de concours de la droite rv avec l'axe ; car toutes les extrémités des images v, i, r ſeront vues par des rayons qui ſe confondront, en ſorte que le bord de l'objet ne paraîtra nullement coloré. C'eſt pourquoi ſi le point O convient en même-tems avec le vrai lieu de l'œil, il n'y aura d'autre confuſion que celle qui provient de ce que les images Rr, Vv ſoient peut-être trop écartées de l'image moyenne Ii qu'on ſuppoſe à la diſtance de l'œil à laquelle il voit diſtinctement les objets, d'où il ne peut réſulter de couleurs. On voit donc qu'il n'eſt rien moins qu'impoſſible de délivrer les Inſtrumens de Dioptrique du défaut de faire paraître colorés les bords des objets. Pour parvenir à les délivrer de ce défaut, il eſt évident que tout ſe réduit à déterminer le point O où concourt avec l'axe, la droite qui paſſe par les extrémités v, i, r des images, & à faire en ſorte qu'il convienne avec le lieu de l'œil déterminé dans le dernier chapitre, au cas que cela ſoit poſſible ; d'où l'on voit que le lieu de l'œil doit avoir cette propriété, que la variation que peut éprouver le rapport de réfraction P, ne faſſe ſouffrir aucun changement à l'angle ſous lequel l'œil apperçoit la derniere image. Il faudra voir enſuite ſi on ne pourrait point anéantir ou rendre les plus petits poſſibles les intervalles IR & IV.

81. Suppoſons d'abord un Inſtrument de Dioptrique compoſé de deux verres, & voyons quelle diſpoſition il faut donner à ces verres pour que l'œil étant placé au lieu qu'exige le champ apparent, l'objet ſoit vu ſans aucune eſpece de confuſion pro-

duite par la différente réfrangibilité des rayons. Supposons que les verres soient de même espece.

La grandeur de l'objet Ee (*fig.* 12) étant supposée $= \zeta$, l'image $F'g' = \frac{ff'}{a\,a'}\zeta$. Soit θ la distance $D'O$ de l'œil O au second verre $A'A'$; on aura, à cause de $F'O = f' - \theta$, la tangente de l'angle $F'Og'$, $= \frac{ff'}{a\,a'} \cdot \frac{\zeta}{f'-\theta}$, expression à laquelle la différente réfrangibilité des rayons ne doit point faire éprouver de changement. Si donc on en prend la différence, il faudra l'égaler à zéro. On la différenciera en faisant varier f, a', f', & pour plus de commodité, on en différenciera le logarithme, ce qui donnera, en égalant à zéro, $\frac{df}{f} - \frac{da'}{a'} + \frac{df'}{f'} - \frac{df'}{f'-\theta} = 0$, ou $\frac{df}{f} - \frac{da'}{a'} - \frac{\theta\,df'}{f'(f'-\theta)} = 0$, ou $df\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}\right) - \frac{\theta\,df'}{f'(f'-\theta)} = 0$, à cause de $da' = -df$. Mais si l'on fait $f = La$, $f' = L'a'$, on aura $\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{a+f}{af} = \frac{L+1}{La}$, & $\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'} = \frac{L'+1}{L'a'}$. Substituant dans les valeurs de df & de df', trouvées ci-dessus, on aura $df = -\frac{dP}{P-1} L\,(L+1)\,a$, & $df' = -\frac{dP}{P-1} L'\,(L'+1)\,a' - L'L'\,da' = -\frac{dP}{P-1}$ $(LL'^2\,(L+1)\,a + L'\,(L'+1)\,a')$. De plus on a cette proportion, $D'A' : Fg :: D'F + FD : FD$, laquelle donne $\frac{D'F+FD}{FD} = \frac{D'A'}{Fg}$; mais $FD = f$, $D'F = a'$, $D'A' = \frac{\pi a' f'}{a'+f'} = \frac{\pi L' a'}{L'+1}$, $Fg = L\,a\,\varphi$; on aura donc $\frac{f+a'}{f} = \frac{\pi L' a'}{L(L'+1)a\varphi}$, ou $\frac{f+a'}{fa'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{a'} = \frac{\pi L'}{L(L'+1)a\varphi}$. Et, pour que le lieu de l'œil convienne avec celui qu'exige le champ apparent, il faut que $\theta = \frac{D'A' \cdot D'F'}{D'A' + F'g'} = \frac{\pi a' f'}{\pi a' + L(L'+1)a\varphi}$; par conséquent $f' - \theta = \frac{f' \cdot L(L'+1)a\varphi}{\pi a' + L(L'+1)a\varphi}$, & $\frac{\theta}{f'(f'-\theta)} = \frac{\pi}{LL'(L'+1)a\varphi}$.

Faisant les substitutions dans l'équation $df\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}\right) - \frac{\theta\,df'}{f'(f'-\theta)} = 0$, elle devient $\frac{\pi a'}{La\varphi} = 0$, à laquelle si l'on peut satisfaire, les bords de l'objet paraîtront sans couleurs.

Si la distance de l'œil se trouvait négative, alors il faudrait appliquer l'œil contre le dernier verre. Supposant donc alors $\theta = 0$, l'équation pour la destruction des couleurs serait $df\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}\right) = 0$, ou, après les substitutions, $-\frac{(L+1)L'\pi}{(L'+1)\varphi} = 0$, ou $\frac{(L+1)H'\pi}{\varphi} = 0$, en faisant $\frac{L'}{L'+1} = H'$.

On détruirait ce qui reste de confusion, si l'on pouvait rendre $df' = 0$, ce qui donnerait l'équation $L(L+1)L'a + (L'+1)a' = 0$, ou $\frac{L+1}{L}a + \frac{L'+1}{L^2L'}a' = 0$.

Si le rapport de réfraction pour le second verre est différent de celui qui appartient au premier, on a $df' = -\frac{dP}{P-1}L(L+1)L'^2a - \frac{dP'}{P'-1}L'(L'+1)a'$. Et alors l'équation pour l'anéantissement des couleurs, est $\frac{dP'}{P'-1}\cdot\frac{\pi a'}{La\varphi} = 0$, si la distance de l'œil est positive; & si la distance de l'œil est négative, l'équation est $\frac{dP}{P-1}(L+1)L'a\pi = 0$.

Enfin l'équation pour l'anéantissement de ce qui reste de confusion, c'est-à-dire, pour la réunion des images en une seule, est $\frac{dP}{P-1}L(L+1)L'a + \frac{dP'}{P'-1}(L'+1)a' = 0$, ou $\frac{dP}{P-1}\cdot\frac{L+1}{L}a + \frac{dP'}{P'-1}\cdot\frac{L'+1}{L^2L'}a' = 0$.

82. Supposons actuellement l'instrument composé de trois verres, & supposons-les d'abord de même espece. La grandeur de l'objet Ee (*fig. 13*) étant supposée $= z$, la derniere image $F''g'' = \frac{ff'f''z}{aa'a''}$. Nommant donc θ la distance $D''O$ de l'œil au dernier verre $A''A''$, on aura $OF'' = f'' - \theta$, & la tangente de l'angle $F''Og''$, $= \frac{ff'f''}{aa'a''}\cdot\frac{z}{f''-\theta}$. Or, la réfrangibilité différente des rayons de lumiere ne doit point faire souffrir de changement à cette expression. Il faudra donc en égaler la différentielle à zéro. Prenant donc, pour la commodité, la différence de son logarithme, en faisant varier f, f', f'', a' & a'', on aura $\frac{df}{f} + \frac{df'}{f'} + \frac{df''}{f''} - \frac{da'}{a'} - \frac{da''}{a''} - \frac{df''}{f''-\theta} = 0$, ou $\frac{df}{f} - \frac{da'}{a'} + \frac{df'}{f'} - \frac{da''}{a''} - \frac{\theta\,df''}{f''(f''-\theta)} = 0$, ou $df\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}\right) +$

$df'\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{a''}\right)-\frac{\theta\, df''}{f''(f''-\theta)}=0$, à cauſe de $da'=-df$ & de $da''=-df'$.

On a déjà df & df' ſous la forme convenable. A l'égard de df'', on aura, en faiſant $f''=L''a''$, en ſorte que $\frac{1}{a''}+\frac{1}{f''}=\frac{L''+1}{L''a''}$, $df''=-\frac{dP}{P-1}L''(L''+1)a''-L''L''da''=-\frac{dP}{P-1}\big(L(L+1)L'^2L''^2a+L'(L'+1)L''^2a'+L''(L''+1)a''\big)$.

Enſuite on a cette proportion, $D'A'+F'g' : D'F' :: D''A''-F'g' : D''F'$, donc $\frac{D'A'+F'g'}{D'F'}=\frac{D''A''-F'g'}{D''F'}$, ou $\frac{F'g'}{D'F'}+\frac{F'g'}{D''F'}=\frac{D''A''}{D''F'}-\frac{D'A'}{D'F'}$, ou $\frac{1}{D'F'}+\frac{1}{L''F'}=\frac{D''A''}{D''F'.F'g'}-\frac{D'A'}{D'F'.F'g'}$; mais $D'F'=f'$, $D''F'=a''$, $D'A'=\frac{\pi L'a'}{L'+1}$, $D''A''=\frac{\pi'L''a''}{L''+1}$, $F'g'=LL'a\varphi$; on aura donc $\frac{1}{f'}+\frac{1}{a''}=\frac{\pi'L''}{FL'(L''+1)a\varphi}-\frac{\pi}{LL'(L'+1)a\varphi}$. Et, pour que le lieu de l'œil ſoit le même qu'exige le champ apparent, il faut que $\theta=\frac{D''A''.D''I''}{D''A''+F''g''}=\frac{\pi'a''f''}{\pi'a''+LL'(L''+1)a\varphi}$, $F''g''$ étant $=LL'L''a\varphi$; par conſéquent, $f''-\theta=\frac{f''.LL'(L''+1)a\varphi}{\pi'a''+LL'(L''+1)a\varphi}$, & $\frac{\theta}{f''(f''-\theta)}=\frac{\pi'}{LL'L''(L''+1)a\varphi}$. Faiſant les ſubſtitutions dans l'équation $df\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{a'}\right)+df'\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{a''}\right)-\frac{\theta\, df''}{f''(f''-\theta)}=0$, elle devient $\frac{\pi a'}{La\varphi}+\frac{\pi'a''}{LL'a\varphi}=0$. Cette équation étant ſatisfaite, les bords de l'objet paraîtront ſans couleurs.

Dans le cas où il faudroit appliquer l'œil contre le dernier verre, ſuppoſant alors $\theta=0$, l'équation pour la deſtruction des couleurs eſt $df\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{a'}\right)+df'\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{a''}\right)=0$; ou, après les ſubſtitutions, $(L+1)L'L''a\pi'+\frac{(L'+1)L''a'\pi'}{L}-\frac{(L''+1)a'\pi}{L}=0$.

En faiſant $df''=0$, l'équation pour la réunion des images ſerait $L(L+1)L'^2L''a+L'(L'+1)L''a'+(L''+1)a''=0$, ou $\frac{L+1}{L}a+\frac{L'+1}{L^2L'}a'+\frac{L''+1}{L^2L'^2L''}a''=0$.

Si la puiſſance réfractive des verres eſt différente, & que P, P' repréſentant les rapports de réfraction des deux premiers, P'' repréſente le rapport de réfraction du troiſieme, df & df' conſervant les valeurs qu'on leur a trouvées ci-deſſus, on a $df'' = -\frac{dP}{P-1} L(L+1) L'^2 L''^2 a - \frac{dP'}{P'-1} L'(L'+1) L''^2 a' - \frac{dP''}{P''-1} L''(L''+1) a''$.

Et l'équation pour la deſtruction des couleurs, lorſque la diſtance de l'œil eſt poſitive, eſt $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{La\varphi} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi' a''}{LL'a\varphi} = 0$; & lorſque la diſtance de l'œil eſt négative, l'équation eſt $\frac{a\,dP}{P-1}(L+1) L'L''\pi' + \frac{a'\,dP'}{P'-1} \cdot \frac{(L'+1)L''\pi' - (L''+1)\pi}{L} = 0$.

Enfin, l'équation pour la réunion des images, eſt $\frac{dP}{P-1} L(L+1) L'^2 L'' a + \frac{dP'}{P'-1} L'(L'+1) L'' a' + \frac{dP''}{P''-1}(L''+1) a'' = 0$, ou $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{L+1}{L} a + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{L'+1}{L^2 L'} a' + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{L''+1}{L^2 L'^2 L''} a'' = 0$.

83. Suppoſons l'inſtrument compoſé de quatre verres tous de même eſpece. L'image $F'''g'''$ (*fig. 14*) produite par les quatre verres, $= \frac{ff'f''f'''z}{aa'a''a'''}$. Soit $D'''O$ la diſtance de l'œil au dernier verre $= \theta$; on aura $OF''' = f''' - \theta$, & la tangente de l'angle $F'''Og''' = \frac{ff'f''f'''}{aa'a''a'''} \cdot \frac{z}{f''' - \theta}$. Prenant la différence de ſon logarithme, & l'égalant à zéro, on aura $\frac{df}{f} + \frac{df'}{f'} + \frac{df''}{f''} + \frac{df'''}{f'''} - \frac{da'}{a'} - \frac{da''}{a''} - \frac{da'''}{a'''} - \frac{df'''}{f''' - \theta} = 0$, ou, à cauſe que $da = -df$, $da'' = -df'$, $da''' = -df''$, $df\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}\right) + df'\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{a''}\right) + df''\left(\frac{1}{f''} + \frac{1}{a'''}\right) - \frac{\theta\,df'''}{f'''(f''' - \theta)} = 0$, (A).

On a déjà df, df', df'' ſous la forme convenable; & $df''' = -\frac{dP}{P-1} L'''(L'''+1) a''' - L'''^2 da''' = -\frac{dP}{P-1}\Big(L(L+1) L'^2 L''^2 L'''^2 a + L'(L'+1) L''^2 L'''^2 a' + L''(L''+1) L'''^2 a'' + L'''(L'''+1) a'''\Big)$, en mettant à la place de $-da'''$ la valeur

de

de df''. On a auſſi les valeurs de $\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}$, & de $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a''}$; & pour trouver celle de $\frac{1}{f''} + \frac{1}{a'''}$, on n'aura qu'à faire cette proportion, $D''A'' + F''g'' : D''F'' :: D'''A''' - F''g'' : D'''F''$, laquelle donne $\frac{1}{D''F''} + \frac{1}{D'''F''} = \frac{D'''A'''}{D'''F'' \cdot F''g''} - \frac{D''A''}{D''F'' \cdot F''g''}$; mais $D''F'' = f''$, $D'''F'' = a'''$, $D''A'' = \frac{\pi' L'' a''}{L'' + 1}$, $D'''A''' = \frac{\pi'' L''' a'''}{L''' + 1}$, $F''g'' = LL'L''a\varphi$; on a donc $\frac{1}{f''} + \frac{1}{a'''} = \frac{\pi'' L'''}{LL'L''(L''' + 1)a\varphi} - \frac{\pi'}{LL'L''(L'' + 1)a\varphi}$; & pour que le lieu de l'œil convienne avec celui qu'exige le champ apparent, il faut que $\theta = \frac{D'''A''' \cdot D'''F'''}{D'''A''' + F'''g'''} = \frac{\pi'' a''' f'''}{\pi'' a''' + LL'L''(L''' + 1)a\varphi}$; on aura donc $f''' - \theta = \frac{f''' \cdot LL'L''(L''' + 1)a\varphi}{\pi'' a''' + LL'L''(L''' + 1)a\varphi}$, & $\frac{\theta}{f'''(f''' - \theta)} = \frac{\pi''}{LL'L''L'''(L''' + 1)a\varphi}$. Faiſant les ſubſtitutions dans l'équation (A), elle devient $\frac{\pi a'}{La\varphi} + \frac{\pi' a''}{LL'a\varphi} + \frac{\pi'' a'''}{LL'L''a\varphi} = 0$, équation à laquelle il faut ſatisfaire, pour détruire les couleurs.

Dans le cas où la diſtance de l'œil eſt négative, où par conſéquent il faut appliquer l'œil contre le dernier verre, alors ſuppoſant $\theta = 0$, l'équation, pour la deſtruction des couleurs, eſt $df\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}\right) + df'\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{a''}\right) + df''\left(\frac{1}{f''} + \frac{1}{a'''}\right) = 0$, laquelle devient, après les ſubſtitutions, $(L + 1)L'L''L'''a\pi'' + \frac{(L' + 1)L''L'''a'\pi''}{L} + \frac{(L'' + 1)L'''a''\pi''}{LL'} - \frac{(L''' + 1)a''\pi'}{LL'} - \frac{(L''' + 1)a'\pi}{L} = 0$.

Si l'on faiſait $df''' = 0$, on aurait l'équation pour la réunion des images, laquelle ſerait $L(L + 1)L'^2L''^2L'''a + L'(L' + 1)L''^2L'''a' + L''(L'' + 1)L'''^2a'' + (L''' + 1)a''' = 0$, ou $\frac{L + 1}{L}a + \frac{L' + 1}{L^2L'}a' + \frac{L'' + 1}{L^2L'^2L''}a'' + \frac{L''' + 1}{L^2L'^2L''^2L'''}a''' = 0$.

Si les qualités réfringentes des verres ſont différentes, & que P, P', P'' étant les rapports de réfraction des trois premiers, P''' ſoit celui du quatrieme, on aura $df''' = -\frac{dP}{P - 1}L(L$

$+1)L'^2L''^2L'''^2a - \frac{dP'}{P'-1}L'(L'+1)L''^2L'''^2a' - \frac{dF''}{F''-1}L''(L''+1)L'''^2a'' - \frac{dF'''}{F'''-1}L'''(L'''+1)a'''$. Substituant cette valeur de df''' & celles de df' & de df'' qui appartiennent au cas préſent, dans l'équation (A) pour la deſtruction des couleurs, elle deviendra $\frac{dP'}{P'-1}\cdot\frac{\pi a'}{La\varphi} + \frac{dF''}{F''-1}\cdot\frac{\pi' a''}{LL'a\varphi} + \frac{dF'''}{F'''-1}\cdot\frac{\pi'' a'''}{LL'L''a\varphi} = 0$.

Dans le cas où l'œil doit être appliqué contre le dernier verre, on trouve que l'équation pour la deſtruction des couleurs, eſt $\frac{a\,dP}{P-1}(L+1)L'L''L'''\pi'' + \frac{a'\,dP'}{P'-1}\cdot\frac{(L'+1)L''L'''\pi'' - (L''+1)\pi}{L} + \frac{a''\,dF''}{F''-1}\cdot\frac{(L''+1)L'''\pi'' - (L'''+1)\pi'}{LL'} = 0$.

L'équation pour la réunion des images, ſera $\frac{dP}{P-1}\cdot\frac{L+1}{L}a + \frac{dP'}{P'-1}\cdot\frac{L'+1}{L^2L'}a' + \frac{dF''}{F''-1}\cdot\frac{L''+1}{L^2L'^2L''}a'' + \frac{dF'''}{F'''-1}\cdot\frac{L'''+1}{L^2L'^2L''^2L'''}a''' = 0$.

84. Si l'on ſuppoſe l'inſtrument compoſé de cinq verres, on trouvera, en ſuivant les mêmes procédés, que l'équation pour l'anéantiſſement des couleurs, dans le cas où les verres ont la même vertu réfringente, eſt $\frac{\pi a'}{La\varphi} + \frac{\pi' a''}{LL'a\varphi} + \frac{\pi'' a'''}{LL'L''a\varphi} + \frac{\pi''' a^{IV}}{LL'L''L'''a\varphi} = 0$; & dans le cas où les verres rompent différemment la lumiere, l'équation eſt $\frac{dP'}{P'-1}\cdot\frac{\pi a'}{La\varphi} + \frac{dF''}{F''-1}\cdot\frac{\pi' a''}{LL'a\varphi} + \frac{dF'''}{F'''-1}\cdot\frac{\pi'' a'''}{LL'L''a\varphi} + \frac{dP^{IV}}{P^{IV}-1}\cdot\frac{\pi''' a^{IV}}{LL'L''L'''a\varphi} = 0$.

S'il faut appliquer l'œil contre le dernier verre, l'équation pour la deſtruction des couleurs, dans le cas des verres de même eſpece, eſt $(L+1)L'L''L'''L^{IV}a\pi''' + \frac{(L'+1)L''L'''L^{IV}a'\pi'''}{L} + \frac{(L''+1)L'''L^{IV}a''\pi'''}{LL'} + \frac{(L'''+1)L^{IV}a'''\pi'''}{LL'L''} - \frac{(L^{IV}+1)a'''\pi''}{LL'L''} - \frac{(L^{IV}+1)a''\pi'}{LL'} - \frac{(L^{IV}+1)a'\pi}{L} = 0$; & dans le cas où les verres ſont d'eſpece différente, l'équation eſt $\frac{a\,dP}{P-1}(L+1)L'L''L'''L^{IV}\pi''' + \frac{a'\,dP'}{P'-1}\cdot\frac{(L'+1)L''L'''L^{IV}\pi''' - (L^{IV}+1)\pi}{L} + \frac{a''\,dP''}{P''-1}\cdot\frac{(L''+1)L'''L^{IV}\pi''' - (L^{IV}+1)\pi'}{LL'} +$

$\frac{a''' d P'''}{P''' - 1} \cdot \frac{(L''' + 1) L^{IV} \pi''' - (L^{IV} + 1) \pi'''}{L L' L''} = 0.$

Enfin, l'équation pour la réunion des images, ſera, dans le cas où les verres ont la même qualité réfringente, $\frac{L+1}{L} a + \frac{L'+1}{L^2 L'} a' + \frac{L''+1}{L^2 L'^2 L''} a'' + \frac{L'''+1}{L^2 L'^2 L''^2 L'''} a''' + \frac{L^{IV}+1}{L^2 L'^2 L''^2 L'''^2 L^{IV}} a^{IV} = 0$; & dans le cas où la réfraction eſt différente dans chaque verre, l'équation ſera $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{L+1}{L} a + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{L'+1}{L^2 L'} a' + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{L''+1}{L^2 L'^2 L''} a''$ $+ \frac{dP'''}{P'''-1} \cdot \frac{L'''+1}{L^2 L'^2 L''^2 L'''} a''' + \frac{dP^{IV}}{P^{IV}-1} \cdot \frac{L^{IV}+1}{L^2 L'^2 L''^2 L'''^2 L^{IV}} a^{IV} = 0.$

Si l'on avait un plus grand nombre de verres, il eſt facile de voir quelles équations on aurait alors.

CHAPITRE V.

Des Objectifs achromatiques.

85. NOus nommons ainſi des objectifs exempts non-ſeulement de la confuſion due à la diverſe réfrangibilité des rayons de lumiere, mais encore de celle qui eſt due à la ſphéricité. Pour leur donner la premiere qualité, on eſt obligé de les compoſer de pluſieurs lentilles faites avec des verres dont les puiſſances réfractives ſont différentes. On les a d'abord compoſés avec deux lentilles, parce qu'il n'en faut pas davantage pour anéantir les couleurs. On les a enſuite compoſés avec trois, parce que les lentilles ayant alors des courbures moins fortes, ces objectifs ſupportent une plus grande ouverture; & on augmenterait encore cette qualité, ſi l'on multipliait davantage les lentilles.

86. On ſait que les deux eſpeces de verre dont on a trouvé que les forces réfringentes different le plus, particuliérement pour diſperſer les rayons colorés, & ſont par conſéquent les plus convenables pour la conſtruction des objectifs qui repréſentent les objets ſans couleur, ſont un verre très-blanc & fort

transparent, connu en Angleterre sous le nom de *flintglass*, & un verre verdâtre, qui y est connu sous le nom de *crownglass*. M^r. Dollond, célebre Opticien Anglais, qui découvrit & mesura la différence des forces réfringentes de ces deux especes de verre, trouva que le sinus d'incidence est au sinus de réfraction, en passant de l'air dans le flintglass, comme 1,58 à 1, & qu'en passant de l'air dans le crownglass, ces sinus sont entr'eux, comme 1,53 à 1; enfin, que la différence de réfraction des rayons colorés, dans le flintglass, est à la différence de leur réfraction, dans le crownglass, comme 3 à 2. Adoptant ces rapports, quoiqu'ils n'aient pas été déterminés très exactement (*), proposons-nous de chercher les dimensions des objectifs qui représentent les objets sans couleurs. Comme nous aurons besoin des valeurs numériques de quelques quantités, commençons par les trouver.

(*) Pour déterminer, soit le rapport de réfraction de ces deux especes de verre, soit le rapport de la dispersion des rayons colorés, produite par l'une, à la dispersion de ces mêmes rayons, produite par l'autre, il employa des prismes faits de ces matieres. Pour trouver le rapport de dispersion, il appliqua les deux prismes l'un contre l'autre, en ordre renversé; & regardant, au travers, des objets éclairés, il en varia les angles, jusqu'à ce qu'il apperçut ces objets sans couleur. Au lieu d'employer de cette maniere les prismes adossés, il eut pu, comme l'a fait depuis M^r. Clairaut, les placer dans une chambre obscure, en les présentant au soleil. Lorsque l'image qu'ils lui auraient donnée sur le mur opposé, en rompant le trait de lumiere, se fût trouvée parfaitement blanche, il eut été bien plus assuré que les différentes réfrangibilités s'étaient compensées. Quoiqu'il en soit, les objets lui parurent sans couleur, lorsqu'il eut fait l'angle du prisme de crownglass de 30 degrés, & l'angle du prisme de flintglass de 19 degrés; d'où il conclut que la dispersion produite par le premier prisme était à la dispersion produite par le second, comme 19 à 30, c'est-à-dire, à peu près, comme 2 à 3.

Mais en concluant ainsi le rapport des dispersions dans ces deux matieres, il paraît n'avoir eu aucun égard à l'angle sous lequel le trait de lumiere rencontrait la surface du premier prisme, en sorte que selon lui, il est indifférent sous quel angle il la rencontre. Or, c'est ce qui n'est pas.

En effet, soit ABC (*fig. 17*) le premier prisme, EGF le second qui lui est parallele ou contigu, SK le trait de lumiere venant du soleil, NO ce trait de lumiere sortant du second prisme, & allant peindre, sur le mur, une image parfaitement blanche. Soit P le rapport de réfraction des rayons moyens, en passant de l'air dans le premier prisme, & P' le rapport de réfraction de ces mêmes rayons, en passant de l'air dans le second. Soit a l'angle d'incidence du rayon SK, lorsqu'il rencontre la premiere surface AC du premier prisme, q l'angle de réfraction, r l'angle d'incidence de ce rayon, lorsqu'il rencontre la seconde surface BC, s l'angle de réfraction qui lui répond, auquel est égal l'angle d'incidence de ce rayon sur la premiere surface GE du second prisme, t l'angle de réfraction qui répond à cet angle, u l'angle

Nommant P le rapport de réfraction dans le crownglaſs, & P' le rapport de réfraction dans le flintglaſs, on aura $P = 1{,}53$ & $P' = 1{,}58$; & repréſentant par dP & dP' la différence des rapports de réfraction de deux mêmes eſpeces de rayons, par exemple, des rayons rouges & des rayons violets, dans ces deux matieres, on pourra ſuppoſer $dP = 2$,

---

d'incidence, lorſque le rayon rencontre la ſeconde ſurface GF, & b l'angle de réfraction, lorſque le rayon ſort ſuivant NO. Soit de plus c l'angle ACB du premier priſme, & g l'angle EGF du ſecond. On aura $r = c - q$, $s = s$, & $t = g - u$; & de plus, $\mathit{ſin.}\ a = P\,\mathit{ſin.}\ q$, $\mathit{ſin.}\ s = P\,\mathit{ſin.}\ r$, $\mathit{ſin.}\ s = P'\,\mathit{ſin.}\ t$, & $\mathit{ſin.}\ b = P'\,\mathit{ſin.}\ u$.

Comme les rayons, au ſortir du priſme EGF, donnent, par la ſuppoſition, une image parfaitement blanche, ils s'enſuit qu'ils ſortent non-ſéparés & parfaitement paralleles, & que par conſéquent l'angle b eſt le même pour toutes les eſpeces de rayons, de même que le premier angle a, tandis que chacun des angles q, r, s, t, u change d'une eſpece à l'autre. Repréſentons par dP la différence entre le rapport de réfraction pour une eſpece de rayons, & le rapport de réfraction pour une autre eſpece, dans le premier priſme, & par dP' dans le ſecond, & cherchons la relation entre la différence dP & celle des angles q, r, s, qui appartiennent à ces deux eſpeces de rayons, dans le premier priſme, & la relation entre la différence dP' & la différence des angles s, t, u qui appartiennent à ces mêmes eſpeces de rayons, dans le ſecond.

Dans le premier priſme, on a d'abord $dr = -dq$; &, à cauſe que l'angle a eſt conſtant, $dP\,\mathit{ſin.}\ q + P\,dq\,\mathit{cof.}\ q = 0$; d'où l'on tire $dq = -\frac{dP\,\mathit{ſin.}\ q}{P\,\mathit{cof.}\ q} = -dr$; enſuite $ds\,\mathit{cof.}\ s = dP\,\mathit{ſin.}\ r + P\,dr\,\mathit{cof.}\ r = dP\,\mathit{ſin.}\ r + \frac{dP\,\mathit{ſin.}\ q\,.\,\mathit{ſin.}\ r}{\mathit{cof.}\ q} = \frac{dP}{\mathit{cof.}\ q}(\mathit{ſin.}\ r\,\mathit{cof.}\ q + \mathit{ſin.}\ q\,\mathit{cof.}\ r) = \frac{dP}{\mathit{cof.}\ q}\,\mathit{ſin.}\,(r+q) = \frac{dP\,.\,\mathit{ſin.}\ c}{\mathit{cof.}\ q}$; par conſéquent $ds = \frac{dP\,.\,\mathit{ſin.}\ c}{\mathit{cof.}\ q\,.\,\mathit{cof.}\ s}$.

Dans le ſecond priſme, on a $dt = -du$; & puiſque l'angle b eſt conſtant; $dP'\,\mathit{ſin.}\ u + P'\,du\,\mathit{cof.}\ u = 0$; d'où l'on tire $du = -\frac{dP'\,\mathit{ſin.}\ u}{P'\,\mathit{cof.}\ u} = -dt$; $ds\,\mathit{cof.}\ s = dP'\,\mathit{ſin.}\ t + P'\,dt\,\mathit{cof.}\ t = \frac{dP'\,\mathit{ſin.}\ g}{\mathit{cof.}\ u}$; donc $ds = \frac{dP'\,\mathit{ſin.}\ g}{\mathit{cof.}\ u\,.\,\mathit{cof.}\ s}$.

Comparant les deux valeurs de ds, on aura $\frac{dP\,\mathit{ſin.}\ c}{\mathit{cof.}\ q} = \frac{dP'\,\mathit{ſin.}\ g}{\mathit{cof.}\ u}$, ou $\frac{dP\,.\,\mathit{cof.}\ u}{\mathit{ſin.}\ g} = \frac{dP'\,.\,\mathit{cof.}\ q}{\mathit{ſin.}\ c.}$; d'où l'on tire $dP : dP' :: \frac{\mathit{cof.}\ q}{\mathit{ſin.}\ c} : \frac{\mathit{cof.}\ u}{\mathit{ſin.}\ g} :: \frac{CL}{KL} : \frac{GM}{MN}$.

On voit donc que le rapport de dP à dP' n'eſt point indépendant de l'angle d'incidence a, comme l'a ſuppoſé M^r. Dollond; ainſi, quoiqu'on trouve nulle la ſéparation des rayons d'eſpece différente, lorſque l'angle d'incidence eſt d'une certaine quantité, on ne peut pas en conclure que cette ſéparation ſoit nulle dans toute autre incidence. On a tout lieu de penſer que dans l'expérience de M^r. Dollond, la

& $dP' = 3$; en ſorte qu'on aura, à peu près, $\frac{dP}{P-1} = 7$; & $\frac{dP'}{P'-1} = 10$. Ces quantités entrent dans les équations pour l'anéantiſſement des couleurs & la réunion des foyers.

Les quantités μ & ν qui entrent dans l'expreſſion de la confuſion due à la ſphéricité des verres, ſe trouveront au moyen

---

lumiere rencontrait perpendiculairement la ſurface du premier priſme. Car ſuppoſant, comme lui, $P = 1{,}53$ & $P' = 1{,}58$, l'angle c du premier priſme $= 30$ degrés, & l'angle g du ſecond $= 19$ degrés. Puiſque par la ſuppoſition l'angle $a = 0$, on a auſſi $q = 0$; $r = 30$ degrés, $s = 49$ degrés 54 min., $t = 28$ degrés 57 min., $b = 15$ degrés 50 min. ; d'où l'on a $\frac{dP}{dP'} = \frac{cof.\,q \,.\, fin.\,g}{fin.\,c.\,cof.\,u} = 0{,}6615$, & par conſéquent, à très-peu près, $dP : dP' :: 2 : 3$, comme Mr. Dollond l'a trouvé.

Puiſque le rapport des diſperſions, dans deux matieres différentes, dépend en partie de l'angle d'incidence, & que par conſéquent ce rapport trouvé pour une certaine incidence, ne peut avoir lieu pour une autre, il s'enſuit que, ſoit par la méthode des priſmes, ſoit par toute autre, on ne peut déterminer ce rapport d'une maniere générale. Heureuſement que dans les inſtrumens de Dioptrique, les angles ſous leſquels les rayons rencontrent la ſurface de l'objectif, s'éloignant peu d'être droits, il ſuffit de déterminer le rapport des diſperſions dans le cas où l'angle d'incidence eſt nul, & c'eſt ce que Mr. Dollond paraît avoir fait.

La méthode des priſmes adoſſés, exige qu'on conſtruiſe, au moins avec l'une des deux matieres, des priſmes de toutes ſortes d'angles, afin de choiſir celui qui eſt néceſſaire pour que l'effet de la différence de réfrangibilité ſoit détruit. C'eſt un inconvénient qu'il eſt poſſible d'éviter, en conſtruiſant, ainſi que l'a fait Mr. Clairaut, un priſme dont une des faces ſoit cylindrique, & ait quelques degrés d'amplitude. Par ce moyen, ſans changer de priſmes, on peut choiſir entre une infinité d'angles, celui qui convient, en faiſant paſſer le trait de lumiere par l'un ou l'autre point de la ſurface cylindrique. Ainſi il eſt très-facile de trouver celui qui rend la lumiere blanche & ſans couleur.

On a dû remarquer que, pour déterminer le rapport des diſperſions dans deux matieres, il faut connaître le rapport de réfraction, pour les rayons moyens, dans chacune d'elle. Cette connaiſſance eſt d'ailleurs indiſpenſable, parce que ce rapport entre dans preſque toutes les formules qui ſervent à déterminer les dimenſions des inſtrumens de Dioptrique. Ce fut encore par le ſecours des priſmes, que Mr. Dollond parvint à déterminer ce rapport.

Mr. l'Abbé Rochon, frappé du peu d'exactitude qu'ils pouvaient donner, leur ſubſtitue une lentille convexe, formée de deux demi-lentilles des deux matieres dont on veut connaître la réfraction moyenne. La meſure des foyers des deux demi-lentilles fait trouver, avec beaucoup de préciſion, la relation entre les réfractions moyennes des deux matieres ; & pour déterminer la réfraction moyenne abſolue d'une matiere quelconque, il conſtruit un verre concave des deux côtés de cette matiere, meſure ſon foyer avec exactitude, trouve les rayons de ſes ſurfaces, par réflexion, & avec ces données, il trouve, au moyen d'une formule fort ſimple, le rapport cherché.

Ces méthodes, & beaucoup d'autres auſſi ingénieuſes & auſſi ſimples, furent

de leurs valeurs (10); & l'on aura, dans le cas de $P = 1{,}53$, $\mu = 0{,}9875$, & $\nu = 0{,}2194$; &, dans le cas de $P' = 1{,}58$, $\mu' = 0{,}8724$, & $\nu' = 0{,}2529$.

Le calcul des rayons des ſurfaces des lentilles qui compo-

---

publiées, avec des recherches très-étendues ſur la théorie des lunettes, en 1768, par leur ſavant Auteur. La premiere, employée depuis avec ſuccès par Mr. Jeaurat, (*Voyez le volume des Mémoires de l'Académie des Sciences, pour l'année 1770*) lui donna auſſi le rapport des diſperſions dans les deux matieres qu'il ſoumit à l'expérience, dont l'une était du verre de Veniſe, peſant 950 grains le pouce cube, & l'autre du flintglaſs, peſant 1215 grains.

Mr. Jeaurat travailla, à l'exemple de Mr. l'Abbé Rochon, dans un même baſſin concave, avec le plus grand ſoin, un morceau de chacune de ces deux matieres. Ces deux morceaux joints par leurs diametres, formaient un objectif mi-parti de 29 lignes de diametre, & de 2 lignes d'épaiſſeur. Il le préſenta au ſoleil, dans une chambre noire, cachant alternativement, la moitié de verre de Veniſe, & l'autre moitié de flintglaſs, & meſura, à beaucoup de repriſes différentes, le foyer des rayons rouges, celui des rayons moyens, & celui des rayons violets que donnaient ſucceſſivement ces deux parties.

Pour meſurer le foyer des rayons moyens, il recevait l'image du ſoleil ſur un verre dépoli; & pour meſurer le foyer des rayons rouges & celui des rayons violets, il interpoſait entre l'objectif & l'image du ſoleil ſur le verre dépoli, tantôt un verre rouge, tantôt un verre violet. Et quoique ces verres fuſſent plans, il prit la précaution de les placer très-près de l'image, afin de n'avoir point à craindre que l'interpoſition de ces verres colorés changeât le foyer de l'objectif, parce qu'il pouvait ſe faire qu'ils ne fuſſent pas exactement plans.

Il trouva, dans le verre de veniſe, le foyer des rayons rouges de 930 lignes; celui des rayons moyens de 923, & celui des rayons violets de 900; &, dans le criſtal d'Angleterre, le foyer des rayons rouges de 826 lignes, celui des rayons moyens de 816, & celui des rayons violets de 785.

Il meſura auſſi le rayon des ſurfaces de l'objectif, & il le trouva de 978 lignes. Pour trouver le rapport de réfraction, il n'eut qu'à ſubſtituer pour le rayon b ſa valeur, & pour F, ſucceſſivement, les valeurs précédentes, dans la formule $P = \frac{b}{2F} + 1$ (*Note 1re.*), P repréſentant le rapport de réfraction; & il trouva pour le rapport de réfraction des rayons rouges, dans le verre de Veniſe, 1, 5258; pour celui des rayons moyens, 1, 5298; & pour celui des rayons violets, 1, 5433; & par conſéquent la diſperſion des rayons 0, 0175; pour le rapport des réfractions des rayons rouges, dans le flintglaſs, il trouva 1, 5920, pour celui des rayons moyens, 1, 5973, & pour celui des rayons violets, 1, 6229; & par conſéquent la diſperſion des rayons 0, 309.

Ainſi, la réfraction moyenne du verre de veniſe eſt à celle du flintglaſs, comme 1000 à 1045; & la diperſion des rayons dans la premiere matiere, à la diſperſion dans la ſeconde, comme 200 à 353.

La bonté de ces déterminations fut confirmée par l'expérience, puiſque Mr. Jeaurat en déduiſit des dimenſions d'objectifs à deux & à trois verres, & même à quatre, qu'il aſſure avoir réuſſi au delà de ſes eſpérances, quoiqu'il n'y eut point corrigé l'aberration de ſphéricité.

ſent les objectifs, demande qu'on connaiſſe les valeurs numériques de γ, δ, ϵ; γ', δ', ϵ'. Or, les expreſſions générales de ces quantités (10), donnent, dans le cas de $P = 1,53$, $\gamma = 0,2266$, $\delta = 1,6602$, $\epsilon = 0,9251$; &, dans le cas de $P' = 1,58$, $\gamma' = 0,1413$, $\delta' = 1,5827$, $\epsilon' = 0,8775$.

Nous pouvons actuellement chercher les dimenſions que doivent avoir les lentilles qui compoſent les objectifs, pour qu'ils repréſentent les objets ſans confuſion quelconque. Nous emprunterons ce que nous avons à dire, d'un Mémoire de M^r. Euler, imprimé dans le 18e. volume des nouveaux Mémoires de Petersbourg. Commençons par les objectifs à deux verres, en ſuppoſant le premier de crownglaſs, & le ſecond de flintglaſs.

87. Soit R la diſtance focale de cet objectif, F & F' les diſtances focales des deux verres qui le compoſent. Ces diſtances focales devant avoir un certain rapport avec la diſtance focale de l'objectif, ſoient $F = \frac{R}{q}$, $F' = \frac{R}{q'}$. Soit de plus l'intervalle qu'il y a entre le milieu de l'épaiſſeur du premier verre & le milieu de l'épaiſſeur du ſecond, $= \frac{R}{p}$. Comme une des choſes qu'on doit ſe propoſer le plus, c'eſt que l'objectif ſupporte la plus grande ouverture poſſible, il faudra donner une courbure égale aux deux ſurfaces du premier verre qu'on prendra convexe; ainſi, comme on ne peut ſe permettre dans ces verres, des arcs de plus de 30 degrés, l'épaiſſeur de ce premier verre ne peut être plus grande que $\frac{1}{15} F$. Afin donc que ce verre & le ſuivant ne ſe touchent pas, il ſuffira de prendre l'intervalle entre les milieux de leurs épaiſſeurs, $= \frac{1}{12} F$, en ſorte qu'on aura $p = 12q$.

On aura d'abord $a = \infty$, & $f' = R$; à cauſe de $a = \infty$, on a $f = F = \frac{R}{q}$; &, à cauſe de $f' = R$, l'égalité $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{F'} = \frac{q'}{R}$, donne $\frac{1}{a'} = \frac{q'-1}{R}$. Mais la diſtance des verres $f + a' = \frac{R}{12q}$; donc $q' - 1 = -\frac{12q}{11}$, & par conſéquent $\frac{1}{a'} = -\frac{12q}{11R}$; donc $L' = \frac{f'}{a'} = -\frac{12q}{11}$, & $H' = -\frac{12q}{11-12q}$; & faiſant $\frac{f}{a'} = -n$, $n = \frac{12}{11}$. L'équation

L'équation pour la réunion des foyers des diverſes eſpeces de rayons, eſt $\frac{dP}{P-1}.F+\frac{dF'}{F'-1}.\frac{F'}{H'^2}=0$, ou $12^2.Mq+11(11-12q)M'=0$. Prenant, ainſi que fait Mr. Euler, le rapport de 3 à 4 pour celui de M à M', cette équation donne $q=\frac{121}{24}$; donc on aura $q'=-\frac{9}{2}$, $F=\frac{24}{121}R$, $F'=-\frac{2}{9}R$, $L'=-\frac{11}{2}$, $H'=\frac{11}{9}$.

L'équation pour l'anéantiſſement de la confuſion due à la ſphéricité des verres, eſt (45), $\lambda-\frac{\mu'}{\mu}.\frac{1}{n}\left(\frac{\lambda'}{H'^3}+\frac{\nu'}{H'L'}\right)=0$, à cauſe que, dans la ſuppoſition de $a=\infty$, $f=F$, & qu'ainſi $F=La=Ha$, & $a'=-\frac{F}{n}$. Mais le premier verre étant également convexe des deux côtés, λ ſe détermine par l'équation $\surd(\lambda-1)=\frac{\delta-\gamma}{2\varepsilon}$, ce qui donne $\lambda=1{,}60024$. Introduiſant cette valeur avec les autres valeurs numériques dans l'équation précédente, elle devient $1{,}63071-0{,}44355\,\lambda'=0$; en ſorte que $\lambda'=3{,}67559$, & $\surd(\lambda'-1)=1{,}63572$.

Il ſera maintenant facile d'avoir les rayons du ſecond verre, dont le premier $b'=\frac{F'}{\delta'-H'(\delta'-\gamma')\pm\varepsilon'\surd(\lambda'-1)}$, & le ſecond $c'=\frac{F'}{\gamma'+H'(\delta'-\gamma')\mp\varepsilon'\surd(\lambda'-1)}$. Faiſant les ſubſtitutions, & prenant les ſignes ſupérieurs, on aura $b'=\frac{F'}{-0{,}3392+1{,}4353}=\frac{F'}{1{,}0961}=-0{,}20274\,R$, la diſtance focale de ce verre F' étant $=-0{,}22222R$; $c'=\frac{F'}{2{,}0632-1{,}4353}=\frac{F'}{0{,}6279}=-0{,}35389R$.

Quant au premier verre, comme il eſt également convexe des deux côtés, le rayon de chacune de ſes faces $=1{,}06\,F=0{,}21024\,R$, ſa diſtance focale F étant $=0{,}19835\,R$.

La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du ſecond, $=\frac{1}{12}F=\frac{2}{121}R=0{,}01652R$.

On peut prendre le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif égal au quart du rayon du verre convexe; on pourra donc le prendre $=0{,}05256R$. Mais repréſentant l'amplifica-

tion par m, on peut prendre ce demi-diametre $= \frac{m}{50}$, (*voyez le premier chapitre de la seconde partie*) ; on aura donc $0{,}05256\ R = \frac{m}{50}$, d'où l'on tire $R = \frac{m}{2{,}628} =$ à peu près $\frac{3}{8}\ m$. Au moyen de cette valeur de R, on pourra toujours déterminer l'objectif pour un groſſiſſement quelconque.

88. Paſſons à l'objectif compoſé de trois verres, dont le premier & le troiſieme ſoient de crownglaſs, & celui du milieu de flintglaſs dont on ſuppoſera égales les courbures des deux ſurfaces, afin que l'objectif ſupporte la plus grande ouverture qu'il eſt poſſible.

Soit R la diſtance focale de l'objectif, & les diſtances focales des trois verres $F = \frac{R}{q}$, $F' = \frac{R}{q'}$, $F'' = \frac{R}{q''}$. Soit de plus la diſtance du milieu de l'épaiſſeur d'un des verres au milieu de l'épaiſſeur du ſuivant, $= \frac{R}{p}$, que l'on prendra égale à $\frac{1}{12} F'$, à cauſe que le verre du milieu a la même courbure des deux côtés ; en ſorte que ſuppoſant ce verre concave, comme q' eſt alors négative, on aura $p = -12\ q'$.

Comme $a = \infty$, on a $f = F = \frac{R}{q}$. Enſuite on a $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{F'} = \frac{q'}{R}$; $\frac{1}{f''} + \frac{1}{a''} = \frac{1}{F''} = \frac{q''}{R}$; cette derniere égalité donne, à cauſe de $f'' = R$, $a'' = \frac{R}{q'' - 1}$. Les intervalles des verres étant $f + a'$, $f' + a''$, on a $f + a' = -\frac{R}{12\,q'}$, $f' + a'' = -\frac{R}{12\,q'}$. La premiere de ces deux égalités donne $a' = -\frac{(q + 12\,q')R}{12\,q\,q'}$, & la ſeconde $f' = -\frac{(q'' + 12\,q' - 1)R}{12\,q'(q'' - 1)}$. Mais l'égalité $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a'} = \frac{q'}{R}$ donne auſſi $f' = \frac{(q + 12\,q')R}{q'(13\,q + 12\,q')}$. Comparant ces deux valeurs de f', on aura $q'' - 1 = \frac{-12\,q'(13\,q + 12\,q')}{25\,q + 156\,q'}$.

Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, on aura $n = \frac{12\,q'}{q + 12\,q'}$, $n' = \frac{12(q + 12\,q')}{25\,q + 156\,q'}$; donc $n\,n' = \frac{144\,q'}{25\,q + 156\,q'}$. Soient $F' = H'a'$, $F'' = H''a''$; on aura $H' = \frac{F'}{a'} = -\frac{12\,q}{q + 12\,q'}$, $L' = \frac{H'}{1 - H'}$

$= -\frac{12q}{13q+12q'}$, $H'' = \frac{q''-1}{q''}$, $L'' = q'' - 1$.

L'équation pour la réunion des foyers des diverſes eſpeces de rayons, eſt $\frac{dP}{P-1}\cdot F + \frac{dP'}{P'-1}\cdot\frac{F'}{H'^2} + \frac{dP}{P-1}\cdot\frac{F''}{L'^2H''^2} = 0$, ou, à cauſe que $F = \frac{R}{q}$, $F' = \frac{R}{q'}$, $F'' = \frac{R}{q''}$, $\frac{dP}{P-1} = 3$ & $\frac{dP'}{P'-1} = 4$, $\frac{1}{q} + \frac{4}{3\cdot H'^2 q'} + \frac{1}{L'^2 H''^2 q''} = 0$. Mais $\frac{1}{H'} = -\frac{q'}{q}\cdot\frac{q+12q'}{12q'} = -\frac{q'}{q}\cdot A$, en faiſant $\frac{q+12q'}{12q'} = A$, $\frac{1}{L'H''} = \frac{q''}{q}\cdot\frac{25q+156q'}{144q'} = \frac{q''}{q}\cdot B$, en faiſant $\frac{25q+156q'}{144q'} = B$. L'équation précédente devient donc $q + \frac{4}{3}\cdot q'AA + q''BB = 0$, à laquelle il faut ſatisfaire.

Comme les courbures du premier & du dernier verre ne doivent pas être plus grandes que celle du ſecond, les diſtances focales F & F'' de ces verres doivent être plus grandes que F'; donc ces diſtances étant réciproquement proportionnelles aux lettres q, q', q'', il faut que q & q'' ſoient plus petites que q'. Pour découvrir comment ſatisfaire à cette condition, Mr. Euler conſidere le cas où l'on négligerait l'épaiſſeur des verres. Comme alors $f + a' = 0$, $f' + a'' = 0$, on trouve que $q'' - 1 = -q - q'$, $H' = -\frac{q}{q'}$, $L' = -\frac{q}{q+q'}$, $H'' = -\frac{q+q'}{q''}$; en ſorte que l'équation pour la réunion des foyers des diverſes eſpeces de rayons, eſt alors $q + \frac{4}{3}q' + q'' = 0$, d'où l'on aurait $q' = -3$, & $q + q'' = 4$. Si l'on fait $q' = -Nq$, N devant être plus grand que l'unité; comme alors on a $q = \frac{3}{N}$, on aurait $q'' = \frac{4N-3}{N}$. Mais q'' doit être plus petit que q' & par conſéquent plus petit que 3; donc N doit être auſſi plus petit que 3; ainſi N doit être compris entre 1 & 3. Comme l'épaiſſeur de chaque verre eſt toujours très-petite, ces limites pour N ſerviront encore quand on a égard à cet élément. Suppoſant donc $q' = -Nq$, & introduiſant cette valeur de q', on aura $A = \frac{12N-1}{12N}$,

$B = \frac{156N-25}{144N}$; $q'' = 1 + 12Nq \cdot \frac{12N-13}{156N-25} = 1 + Eq$, en faiſant, pour abréger, $\frac{12N(12N-13)}{156N-25} = E$. Subſtituant cette valeur de q'' & celle de q', dans l'équation $q + \frac{4}{3}q'AA + q''BB = 0$, elle devient $q - \frac{4}{3}NAAq + BB + EBBq = 0$, d'où l'on tire $q = \frac{BB}{\frac{4}{3}NAA - EBB - 1}$. Ayant la valeur de q, on aura les deux autres au moyen des équations $q' = -Nq$, & $q'' = 1 + Eq$. De plus on aura $n = \frac{12N}{12N-1}$, ou $n = \frac{1}{A}$, $nn' = \frac{144N}{156N-25}$, ou $nn' = \frac{1}{B}$; $L' = \frac{12}{12N-13}$, $H' = \frac{12}{12N-1}$, & $H'' = \frac{q''-1}{q''}$, $L'' = q'' - 1$.

L'équation pour la deſtruction de la confuſion occaſionnée par la ſphéricité de trois verres, dont le premier & le troiſieme ſont de même eſpece, eſt $\lambda - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{1}{n}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H'L'}\right) + \frac{1}{L'^3nn'}\left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu}{H''L''}\right) = 0$, (45); car dans la ſuppoſition de $a = \infty$, $f = F$, ainſi $F = La = Ha$, & $n = -\frac{F}{a'}$; de plus $n' = -\frac{f'}{a''} = -\frac{L'a'}{a''}$.

Voyons quels ſeront les rayons des trois verres. Puiſque $a = \infty$, le rayon de la face antérieure du premier verre $b = \frac{F}{\delta - \varepsilon\sqrt{(\lambda-1)}}$, celui de la face poſtérieure $c = \frac{F}{\gamma + \varepsilon\sqrt{(\lambda-1)}}$. Le ſecond verre étant également concave des deux côtés, ſes rayons ſeront égaux, égalité d'où l'on tire $\sqrt{(\lambda'-1)} = \frac{\gamma' - \delta'}{2\varepsilon'} \cdot \frac{a'-f'}{a'+f'}$, ce qui, à cauſe de $f' = L'a'$, & de $L' = \frac{H'}{1-H'}$, ſe change en $\sqrt{(\lambda'-1)} = \frac{\delta'-\gamma'}{\varepsilon'}(H' - \frac{1}{2})$; & chacun de ſes rayons $= 1{,}16\,F'$. Quant au troiſieme verre qui eſt convexe, on pourra, en faveur de l'artiſte, le prendre également convexe des deux côtés; d'où l'on aura $\sqrt{(\lambda''-1)} = \frac{\delta-\gamma}{\varepsilon}(H'' - \frac{1}{2})$; & les rayons de ſes faces ſeront $= 1{,}06\,F''$.

89. Il n'eſt plus queſtion maintenant que de faire diverſes ſuppoſitions pour la valeur qu'il convient d'attribuer au nombre N, en obſervant que ſes limites ſont 1 & 3; & il eſt

évident qu'il faudra préférer celle de ces ſuppoſitions qui donnera la plus grande valeur de F' dont dépend l'ouverture que doit avoir l'objectif. Entre les diverſes ſuppoſitions que fait Mr. Euler, celle de $N = \frac{59}{36}$ & de $N = \frac{3}{2}$, ſont celles qui rempliſſent le mieux cet objet. Voyons la premiere.

On aura d'abord $A = \frac{1}{n} = \frac{56}{59}$, $B = \frac{1}{nn'} = \frac{173}{177}$, $E = \frac{295}{519}$. Donc on aura $q = 2{,}24457$, $q' = -3{,}6786$, $q'' = 2{,}27581$, & par conſéquent $F = 0{,}4455\,R$, $F' = -0{,}27184\,R$, $F'' = 0{,}4394\,R$. On aura de plus $L' = \frac{9}{5}$, $H' = \frac{9}{14}$, $L'' = 1{,}27581$, $H'' = 0{,}5606$; d'où l'on trouvera $\lambda' = 1{,}05506$, $\lambda'' = 1{,}00886$. Faiſant donc les ſubſtitutions dans l'équation pour la deſtruction de la confuſion due à la ſphéricité des verres, on aura $\lambda - 2{,}5022 = 0$, & par conſéquent $\lambda = 2{,}5022$, & $\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}22564$. Donc les rayons du premier verre $b = \frac{F}{1{,}6602 - 0{,}9251\sqrt{(\lambda-1)}} = \frac{0{,}48154\,R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda-1)}} = 0{,}84662\,R$; $c = \frac{F}{0{,}2266 + 0{,}9251\sqrt{(\lambda-1)}} = \frac{0{,}48154\,R}{0{,}24492 + \sqrt{(\lambda-1)}} = 0{,}32745\,R$.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du ſecond, $= 0{,}02265\,R$.
Les rayons des faces de ce ſecond verre, $= -0{,}31533\,R$.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du troiſieme, $= 0{,}02265\,R$.
Les rayons des faces du troiſieme verre, $= 0{,}46576\,R$.

Quant à l'ouverture, on peut en prendre le demi-diametre égal au quart du rayon le plus petit des verres qui compoſent l'objectif, & par conſéquent $= 0{,}07883\,R$; & pour déterminer cet objectif relativement à un groſſiſſement donné m, on n'aura qu'à faire $0{,}07883\,R = \frac{m}{50}$, d'où l'on tire $R = \frac{1}{4}\,m$.

90. Soit enfin $N = \frac{3}{2}$. On aura $A = \frac{1}{n} = \frac{17}{18}$, $B = \frac{1}{nn'} = \frac{209}{216}$, $E = \frac{90}{209}$. On aura donc $q = 2{,}4592$, $q' = -3{,}6888$, $q'' = 2{,}059$, & par conſéquent $F = 0{,}40663\,R$, $F' = -0{,}2711\,R$, $F'' = 0{,}48567\,R$. De plus on aura $L' = \frac{12}{5}$, $H' = \frac{12}{17}$, $L'' = 1{,}059$, $H'' = 0{,}51433$; d'où l'on trouvera $\lambda' = 1{,}11437$, & $\lambda'' = 1{,}0005$.

Après les ſubſtitutions dans l'équation pour la deſtruction de la confuſion due à la ſphéricité des verres, on aura $\lambda - 2{,}21913 = 0$; & par conſéquent $\lambda = 2{,}21913$, & $\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}10414$. Ainſi les rayons du premier verre ſeront $b = \frac{0{,}4395\,R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda-1)}} = 0{,}63817\,R$, $c = \frac{0{,}4395\,R}{0{,}24492 + \sqrt{(\lambda-1)}} = 0{,}32578\,R$.

L'intervalle entre le milieu de l'épaiſſeur de ce verre & le milieu de l'épaiſſeur du ſecond, $= 0{,}0226\,R$.

Le rayon des faces du ſecond verre, $= -0{,}31446\,R$.

L'intervalle entre le milieu de ſon épaiſſeur & le milieu de l'épaiſſeur du troiſieme verre, $= 0{,}0226\,R$.

Le rayon des faces de ce troiſieme verre, $= 0{,}51483\,R$.

Le demi-diametre de l'ouverture de cet objectif, $= 0{,}07861\,R$; & par conſéquent faiſant $0{,}07861\,R = \frac{m}{50}$, on aura encore $R = \frac{m}{4}$. (¶)

(¶) Suppoſant qu'ayant du verre de Veniſe (ou du crownglaſs) & du flintglaſs pareils à ceux que Mr. Jeaurat a employés, on veuille avoir, d'après les rapports qu'il a trouvés pour la réfraction moyenne & la diſperſion, les dimenſions d'un objectif à trois verres, dont celui du milieu ſoit de flintglaſs, & les deux autres ſoient de verre de Veniſe. Puiſque, pour le verre de Veniſe, $P = 1{,}53$, & pour le flintglaſs, $P' = 1{,}60$, & que les diſperſions dans ces deux eſpeces de verre ſont entr'elles comme 200 à 353, ou que $dP : dP' :: 100 : 353$, on aura $\frac{dP}{P-1} : \frac{dP'}{P'-1} :: 1000 : 1559$; au lieu du rapport de 1000 à 1559, Mr. Euler ne trouve que celui de 100 à 153. De plus, dans le cas de $P' = 1{,}60$, on a $\mu' = 0{,}8333$, $\nu' = 0{,}2666$; & $\gamma' = 0{,}1111$, $\delta' = 1{,}5555$, $\varepsilon' = 0{,}8607$.

En employant le rapport de 100 à 153 adopté par Mr. Euler, on trouve, dans le cas de $N = \frac{59}{36}$, en mettant 1,53 à la place de $\frac{4}{3}$ dans la valeur de q, $q = 1{,}3342$, & par conſéquent $q' = -2{,}1867$, $q'' = 1{,}7583$. Donc $F = 0{,}7495\,R$, $F' = -0{,}4573\,R$, $F'' = 0{,}5687\,R$. De plus $L' = \frac{9}{5}$, $H' = \frac{9}{14}$, $L'' = 0{,}7583$, & $H'' = 0{,}4313$; on trouve donc $\lambda' = 1{,}0575$ & $\lambda'' = 1{,}0113$. Faiſant les ſubſtitutions dans l'équation pour l'anéantiſſement de la confuſion due à la ſphéricité des verres, on trouve $\lambda - 1{,}1472 = 0$; par conſéquent $\lambda = 1{,}1472$, & $\sqrt{(\lambda - 1)} = 0{,}3837$. Ainſi les rayons du premier verre

$b = \frac{F}{\delta - \varepsilon\sqrt{(\lambda-1)}} = \frac{0{,}8102\,R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda-1)}} = 0{,}5742\,R$, &

$c = \frac{F}{\gamma + \varepsilon\sqrt{(\lambda-1)}} = \frac{0{,}8102\,R}{0{,}24492 + \sqrt{(\lambda-1)}} = 1{,}2887\,R$.

91. Pour employer ces objectifs dans les lunettes, en évitant les formules compliquées qu'on trouve, ainſi qu'on le verra par la ſuite, lorſqu'on veut employer un objectif à deux ou trois verres à la place d'un objectif ſimple, Mr. Euler introduit, dans le calcul, un objectif ſimple qu'il imagine pour le moment produire le même effet que l'objectif compoſé. Voyons comment on parvient à le trouver. Soit k le demi-diametre de ſon ouverture, F ſa diſtance focale, & λ le nombre arbi-

---

La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du ſecond, $= \frac{1}{12} F' = 0{,}0381\ R.$

Le rayon de chacune des faces du ſecond verre, lequel eſt de flintglaſs, également concave des deux côtés, $= 1{,}20\ F' = -0{,}5488\ R.$

La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du troiſieme, $= 0{,}0381\ R.$

Le rayon de chacune des faces du troiſieme verre, $= 1{,}06\ F'' = 0{,}6028\ R.$

Le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif égal au quart du rayon du ſecond verre, $= 0{,}1372\ R.$ Pour déterminer cet objectif relativement à un groſſiſſement donné m, on fera $0{,}1372\ R = \frac{m}{50}$, d'où l'on tire $R = \frac{m}{6{,}86}$.

Calculons auſſi les dimenſions de l'objectif, en ſuppoſant $N = \frac{3}{2}$, & en mettant 1,559 à la place de $\frac{4}{3}$ dans la valeur de q. On trouvera $q = 1{,}37133$, $q' = -2{,}05699$, $q'' = 1{,}5905$; donc $F = 0{,}7292\ R$, $F' = -0{,}48615\ R$, $F'' = 0{,}62873\ R$. De plus $L' = \frac{12}{5}$, $H' = \frac{12}{17}$, $L'' = 0{,}5905$, $H'' = 0{,}37126$; d'où l'on trouve $\lambda' = 1{,}11937$, & $\lambda'' = 1{,}0398$. Faiſant les ſubſtitutions dans l'équation pour l'anéantiſſement de la confuſion occaſionnée par la ſphéricité des verres, on trouvera $\lambda - 1{,}16961 = 0$, ou $\lambda = 1{,}16961$, & par conſéquent $\sqrt{(\lambda - 1)} = 0{,}41183$. Ainſi le rayon de la ſurface antérieure du premier verre, $= 0{,}5701\ R$, & le rayon de la ſurface poſtérieure, $= 1{,}2001\ R$.

La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du ſecond, $= \frac{1}{12} F' = 0{,}04051\ R.$

Le rayon de chacune des faces du ſecond verre, $= 1{,}20\ F' = -0{,}58338\ R.$

La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du troiſieme, $= 0{,}04051\ R.$

Le rayon de chacune des faces de ce troiſieme verre, $= 1{,}06\ F'' = 0{,}66645\ R.$

Le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif égal au quart du rayon le plus petit des verres qui le compoſent, & par conſéquent $= 0{,}1425\ R.$ Pour déterminer l'objectif relativement à une amplification donnée m, on fera $0{,}1425\ R = \frac{m}{50}$, d'où l'on tire $R = \frac{m}{7{,}12}$.

traire qui lui appartient. Il eſt évident que la queſtion ſe réduit à déterminer ces trois élémens par ceux qui appartiennent à l'objectif compoſé, de maniere que cet objectif produiſe avec les autres verres, exactement le même effet que l'objectif compoſé joint à ces mêmes verres.

Pour déterminer ces quantités, on aura les conditions ſuivantes. 1°. Que l'image produite par ce verre, ſoit égale à celle qui eſt produite par l'objectif compoſé. 2°. Que l'angle que forment avec l'axe les rayons extrêmes, après avoir été rompus par ce verre, ſoit le même que l'angle qu'ils forment avec cet axe, après avoir traverſé l'objectif compoſé, parce que cet angle détermine l'ouverture des verres ſuivants, & par conſéquent le champ apparent. 3°. Que le demi-diametre de la confuſion produite par ce verre, ſoit égal au demi-diametre de celle qui eſt due à l'objectif compoſé.

Suppoſons l'objectif compoſé de trois verres, & pour ne pas confondre ce qui lui appartient avec ce qui appartient au verre qui le repréſente & aux autres verres de la lunette, repréſentons par $a1, f1, a2, f2, a3, f3$, ce qui a été déſigné précédemment par a, f, a', &c., & par $F1$, $F2$, $F3$ les diſtances focales des trois verres. On a d'abord $a1 = \infty$, $f1 = F1$, $f3 = R$, R repréſentant toujours la diſtance focale de l'objectif. Soient $\frac{f1}{a2} = -n1$, $\frac{f2}{a3} = -n2$. Repréſentant par z le demi-diametre de l'objet, le demi-diametre de l'image produite par l'objectif compoſé, $= f1 \cdot \frac{f2}{a2} \cdot \frac{f3}{a3} z = n1 \cdot n2 \cdot Rz$. Le demi-diametre de l'image produite par le verre ſimple dont il s'agit, $= Fz$: donc cette image devant être égale à la premiere, on aura $F = n1 \cdot n2 \cdot R$, ce qui eſt la premiere condition réquiſe pour le verre ſimple qui fait fonction d'objectif compoſé.

Soient $k1$, $k2$, $k3$ les demi-diametres des ouvertures des verres qui forment l'objectif compoſé, $\frac{k3}{R}$ eſt la tangente de l'angle que font avec l'axe les rayons extrêmes après avoir traverſé cet objectif, & $\frac{k}{F}$ la tangente de l'angle que les rayons

extrêmes

extrêmes font avec l'axe après avoir traverſé le verre ſimple qui le repréſente. Donc ces deux angles devant être égaux, on aura $\frac{k}{F} = \frac{k3}{R}$, ou $k = n1 . n2 . k3$. Or $\frac{R}{p}$ étant l'intervalle compris entre le milieu de l'épaiſſeur d'un des verres de l'objectif compoſé & le milieu de l'épaiſſeur du ſuivant, on a $k2 = k1 \left(1 - \frac{R}{pf1}\right)$, & $k3 = k2 \left(1 - \frac{R}{pf2}\right)$, & par conſéquent $k3 = k1 \left(1 - \frac{R}{pf1}\right)\left(1 - \frac{R}{pf2}\right)$. Mais à cauſe de $f1 + a2 = \frac{R}{p}$, & de $\frac{R}{p} = -\frac{F2}{12}$, on a $\frac{1}{a2} = -\frac{12}{12F1 + F2}$, & par conſéquent $\frac{1}{f2} = \frac{1}{F2} - \frac{1}{a2} = \frac{1}{F2} + \frac{12}{12F1 + F2}$; donc $k3 = k1 \left(\frac{13}{12} + \frac{25F2}{144F1}\right)$. On aura donc l'équation $k = n1 . n2 . k1 \left(\frac{13}{12} + \frac{25F2}{144F1}\right)$; & c'eſt là la ſeconde condition pour la détermination du verre ſimple qui repréſente l'objectif à trois verres.

Enfin le demi-diametre de la confuſion due à la ſphéricité des verres de l'objectif compoſé, $= \frac{\mu m k1^3}{4F1^3}\left(\lambda 1 - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{1}{n1}\left(\frac{\lambda 2}{H2^3} + \frac{\nu'}{L2 . H2}\right) + \frac{1}{L2^3 . n1 . n2}\left(\frac{\lambda 3}{H3^3} + \frac{\nu}{L3 . H3}\right)\right)$, $\lambda 1, \lambda 2, \lambda 3$ repréſentant les nombres arbitraires qui appartiennent aux verres de cet objectif; & le demi-diametre de la confuſion occaſionnée par la ſphéricité du verre ſimple qui le repréſente, $= \frac{\mu m k^3}{4F^3}\lambda$. Donc puiſqu'il doit y avoir égalité entre ces deux demi-diametres, on aura $\lambda = \frac{k1^3 . F^3}{k^3 . F1^3}$ (λ1 — &c.), ou $\lambda = \frac{R^3}{F1^3\left(\frac{13}{12} + \frac{25F2}{144F1}\right)}$ (λ1 — &c.), en ſubſtituant à la place de k & de F leurs valeurs, ou $\lambda = B(\lambda 1 - A1 + A2)$, en faiſant $\frac{R^3}{F1^3\left(\frac{13}{12} + \frac{25F2}{144F1}\right)} = B$, $\frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{1}{n1}\left(\frac{\lambda 2}{H2^3} + \frac{\nu'}{L2 . H2}\right) = A1$, & $\frac{1}{L2^3 . n1 . n2}\left(\frac{\lambda 3}{H3^3} + \frac{\nu}{L3 . H3}\right) = A2$.

Cette formule renferme la troiſieme condition, & le verre ſimple qui fait fonction d'objectif à trois verres, eſt entierement

déterminé, & peut s'introduire dans le calcul, pour quelque eſpece de lunettes que ce ſoit, à la place de l'objectif à trois verres.

Si l'objectif n'était compoſé que de deux verres, on aurait d'abord $F = n1.R$, enſuite $k = n1.k2 = n1.\frac{11}{12}k1$, parce que $k2 = k1\left(1 - \frac{R}{pf1}\right) = n1.k1\left(1 - \frac{1}{12}\right) = \frac{11}{12}k1$, à cauſe que $f1 = F1$ & que $\frac{R}{p} = \frac{F1}{12}$; & enfin $\lambda = \frac{12^3.R^3}{11^3.F1^3}(\lambda 1 - A1)$, ou, en faiſant $\frac{12^3.R^3}{11^3.F1^3} = D$, $\lambda = D(\lambda 1 - A1)$.

92. Suppoſons maintenant qu'on cherche à déterminer l'objectif compoſé qu'on veut employer dans une lunette à la place de l'objectif ſimple. On introduira, dans le calcul, l'objectif ſimple qui fait fonction de cet objectif compoſé. On cherchera la confuſion due à l'ouverture des autres verres; ſuppoſant que Δ ſoit la ſomme des formules qui la repréſentent, le demi-diametre de la confuſion totale, ſera $= \frac{\mu m k^3}{4F^3}(\lambda + \Delta)$: pour que toute confuſion ſoit détruite, il faut donc qu'on ait $\lambda + \Delta = 0$. Si l'objectif compoſé qu'on veut employer eſt à trois verres, alors $\lambda = B(\lambda 1 - A1 + A2)$; on aura donc l'équation $B(\lambda 1 - A1 + A2) + \Delta = 0$. Mais ſuppoſant qu'employant l'objectif à trois verres, la confuſion due aux autres verres ſoit repréſentée par S, il faut, pour qu'il n'y ait point de confuſion, que l'équation $\lambda 1 - A1 + A2 + S = 0$ ait lieu; comparant les deux équations, on voit que $S = \frac{\Delta}{B}$. Ainſi l'objectif à trois verres qu'il faut employer dans la lunette, eſt déterminé par l'équation $B(\lambda 1 - A1 + A2) + \Delta = 0$, qui donne la valeur de $\lambda 1$ d'où dépend la forme du premier verre de cet objectif.

93. Si donc on veut donner à une lunette le premier des deux objectifs à trois verres, dont les dimenſions ont été trouvées ci-deſſus, on introduira pour le moment, dans le calcul, à la place de cet objectif, un verre ſimple, de crownglaſs, dont la diſtance focale ſoit F, & k le demi-diametre de l'ouverture,

& on aura $F = 1{,}02312\ R$, & $k = k\,1$. On calculera enſuite la confuſion due aux autres verres repréſentée par Δ; celle qui eſt due à l'ouverture de l'objectif compoſé ayant été trouvée $= \lambda\,1 - 2{,}5022$, il faudra, pour que toute confuſion ſoit détruite, ſatisfaire à l'équation $\lambda\,1 - 2{,}5022 + \frac{\Delta}{B} = 0$. Mais faiſant le calcul de B, on trouve $\frac{1}{B} = 0{,}08257$; on aura donc $\lambda\,1 = 2{,}5022 - 0{,}08257\ \Delta$, ce qui détermine le premier verre de l'objectif.

94. Si l'on veut employer le ſecond des deux objectifs à trois verres, alors on aura $F = 1{,}03349\ R$, & $k = k\,1$; &, ayant calculé $\frac{1}{B}$ qu'on trouvera $= 0{,}06091$, $\lambda\,1 = 2{,}21913 - 0{,}06091\ \Delta$.

THÉORIE
GÉNÉRALE
DES INSTRUMENS DE DIOPTRIQUE.

SECONDE PARTIE,

Dans laquelle on applique la Théorie précédente à la conſtruction des Lunettes & des Microſcopes.

CHAPITRE PREMIER.

Des Lunettes en général.

95. TOUT le monde ſait que les Lunettes ſont des inſtrumens qui font voir diſtinctement les objets éloignés, & qu'il y en a de trois eſpeces. Dans l'une ſont compriſes celles qui repréſentent les objets renverſés, & ſont deſtinées aux obſervations aſtronomiques. Les deux autres comprennent celles qui repréſentent les objets dans leur ſituation naturelle, & ſont employées, par cette raiſon, pour voir les objets terreſtres : l'uſage des unes eſt borné à ceux qui ſont à de petites diſtances, les autres ſervent pour toutes les diſtances.

Quoique la différence qu'il y a dans la conſtruction & les uſages de ces trois eſpeces de lunettes, établiſſe entr'elles une diviſion aſſez naturelle, Mr. Euler qui a embraſſé le ſyſtême de ces inſtrumens dans une plus grande étendue qu'on n'avait fait avant lui, a conçu entr'eux une diviſion qui paraît bien préférable. Il commence par diſtinguer deux eſpeces d'images, l'une réelle, l'autre virtuelle. L'image réelle eſt celle que les rayons forment par leurs concours, & d'où ils divergent enſuite. L'image virtuelle eſt celle que les rayons tendent à former par leur convergence, mais qu'ils ne forment pas effectivement, parce qu'ils ſont reçus, avant leur réunion, par quelque verre qui en change la direction; on peut encore nommer image virtuelle, celle d'où les rayons divergent, ſans cependant en être partis, ou, ce qui revient au même, comme s'ils l'avaient formée.

96. Dans la figure 14, les images Fg, $F'g'$, $F''g''$, &c., ſont réelles, parce que le ſecond verre eſt au delà de la premiere, le troiſieme au delà de la ſeconde, &c., en ſorte que toutes les images ſeront réelles, tant que $DF = f$, $FD' = a'$, $L'F' = f'$, $F'L'' = a''$, &c., ſeront poſitives. Il y aura au contraire des images virtuelles, lorſque quelques-unes des quantités f, a'; f', a'', &c., ſeront négatives. Si, par exemple, $L''F'' = f''$ était négative, l'image $F''g''$ tomberait avant le verre $A''A''$, & les rayons tranſmis par ce verre, en ſortiraient dirigés comme s'ils venaient de cette image, quoique cependant ils n'en viennent pas. Si c'eſt $F''L''' = a'''$ qui eſt négative, l'image $F''g''$ tombera au delà du verre $A'''A'''$; ce ſera donc encore une image virtuelle, puiſque les rayons qui, après avoir traverſé le verre $A''A''$, convergent pour la former, traverſent auparavant le verre $A'''A'''$, & par conſéquent ne la forment pas. Au reſte, les deux diſtances f'' & a''' ne peuvent être toutes deux négatives à la fois, parce que leur ſomme $f'' + a'''$ forme l'intervalle $L''L'''$ entre les deux verres, qui eſt néceſſairement toujours poſitif.

D'où l'on voit que le nombre des images réelles, lequel ne peut être plus grand que le nombre des verres, ne dépend point de ce nombre là. Car il eſt poſſible qu'on ait une ſuite

de verres tels qu'il n'y en ait aucune, ou qu'il n'y en ait qu'une, deux, &c.

Il eſt encore facile de voir que, quel que ſoit le nombre des verres, la premiere image réelle eſt toujours renverſée, que la ſeconde eſt toujours droite, la troiſieme toujours renverſée, &c., ſans que les images virtuelles, s'il y en a, changent rien à cet ordre.

97. Cette propriété des images réelles, obſervée, il paraît naturel d'établir entre les lunettes une diviſion dépendante du nombre de ces images; & c'eſt préciſément celle que Mr. Euler a adoptée. Il appelle lunettes de la premiere eſpece, celles dans leſquelles il n'y a point d'image réelle; lunettes de la ſeconde eſpece, celles où il y en a une; lunettes de la troiſieme eſpece, celles dans leſquelles il y en a deux, &c.

98. Dans la premiere eſpece, puiſqu'il n'y a point d'image réelle, il y a toujours une partie dans les intervalles $DD' = f + a'$, $D'D'' = f' + a''$, &c., qui eſt négative; ainſi, comme ces intervalles ſont tous néceſſairement poſitifs, il faut que les fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$, &c., ſoient négatives; & réciproquement, ſi elles ſont toutes négatives, il n'y a point d'image réelle dans toute l'étendue de la lunette, ce qui la diſtingue eſſentiellement des autres. A cette propriété ſe joint celle de repréſenter les objets dans leur ſituation naturelle, parce que, comme il n'y a point d'image réelle, on apperçoit l'objet même.

99. Dans la ſeconde eſpece, quel que ſoit le nombre des verres qui compoſent la lunette, les fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$, &c., ne peuvent pas être toutes négatives, autrement il n'y aurait point d'image réelle. Mais comme il ne doit y avoir qu'une image réelle, il ne doit y avoir qu'une de ces fractions de poſitive, quelle qu'elle ſoit. Cette eſpece de lunettes repréſente les objets renverſés, parce que ce n'eſt pas l'objet qu'on eſt cenſé voir, mais ſon image, & cette propriété jointe à la premiere, forme le caractere diſtinctif de cette eſpece de lunettes.

100. Dans les lunettes de la troiſieme eſpece, où il y a deux images réelles; quel que ſoit le nombre des verres, il y a néceſſairement deux des fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$, &c., poſitives,

& toutes les autres ſont négatives ; & pour qu'il y en ait de négatives, il faut évidemment qu'il y ait plus de trois verres. Cette eſpece de lunettes fait voir les objets dans leur ſituation naturelle, puiſque c'eſt la ſeconde image réelle qu'on apperçoit, & qu'elle eſt dans une ſituation pareille à celle de l'objet. Cette propriété jointe à la premiere, diſtingue eſſentiellement cette eſpece de lunettes des autres.

On pourrait de même former d'autres eſpeces de lunettes dans leſquelles il y eût trois ou un plus grand nombre d'images réelles. Mais comme cela ne pourrait ſe faire qu'en multipliant les verres, on ne pourrait qu'y perdre, tant parce que la lunette deviendrait plus longue, que parce qu'il paſſerait moins de lumiere, & qu'ainſi la clarté en ſouffrirait. (*)

Voyons préſentement, d'après la théorie expoſée dans la premiere partie, & l'idée que nous venons de donner de ces

(*) Les faits ſuivans font voir combien on doit éviter de trop multiplier les verres dans les inſtrumens de Dioptrique, à cauſe des pertes conſidérables que la lumiere ſouffre en les traverſant.

Dans les grandes incidences, & par conſéquent dans celles où la lumiere fait le moins de perte en paſſant au travers d'un corps diaphane, la lumiere s'affaiblit d'environ un dixieme, en traverſant des morceaux de glace ordinaire, par la réflexion qui ſe fait à la premiere ſurface, par celle qui ſe fait à la ſeconde, plus forte encore que la premiere, & par la quantité de rayons abſorbés ou éteints par cette derniere ſurface. On ne parle point de la perte que la lumiere ſouffre en traverſant l'intérieur de la glace, parce que le peu d'épaiſſeur de la glace rend cette perte inſenſible (*Traité de la gradation de la lumiere, par M. Bouguer*).

Si l'on préſente perpendiculairement aux rayons du ſoleil, un verre concave, les rayons réfléchis par la premiere ſurface de ce verre, forment, en ſe réuniſſant, un foyer où les corps combuſtibles peuvent prendre feu. Les rayons réfléchis par la premiere ſurface d'un verre concave de 21 lignes de diametre, & dont les rayons des ſurfaces étaient de quatre pouces & un quart, ont formé, à la diſtance d'environ 25 lignes, un foyer où l'amadou s'eſt allumé.

Si l'on préſente de même perpendiculairement aux rayons du ſoleil, un verre convexe, les rayons réfléchis par la ſeconde ſurface qui alors eſt concave par rapport au ſoleil, forment de même, en ſe réuniſſant, un foyer où un corps combuſtible peut brûler. Les rayons réfléchis par la ſeconde ſurface d'un verre convexe de ſix pouces de diametre, & dont le rayon de chaque ſurface était de trente-trois pouces & demi, ont formé, à la diſtance d'environ huit pouces & un quart, un foyer où l'amadou a pris feu.

On juge par ces effets, combien eſt conſidérable la quantité de rayons réfléchis par les ſurfaces des verres. Il faut que la ſeconde ſurface en réfléchiſſe beaucoup ; car il n'y en a qu'une partie qui traverſe la premiere, & va ſe réunir. Beaucoup ſont réfléchis par cette ſurface, & retournent en arriere.

inſtrumens,

inſtrumens, quels ſont les principes de leur conſtruction.

101. Dans ces inſtrumens, l'objet étant extrêmement éloigné, on peut regarder comme infinie la quantité a qui repréſente ſa diſtance à l'objectif, & alors f ſera la diſtance focale de ce verre, abſtraction faite de l'épaiſſeur.

Comme on a fait $f = La$, L ſera une quantité infiniment petite ou nulle, à cauſe de $a = \infty$, en ſorte que $L = 0$, & $H = \frac{L}{L+1} = 0$. Dans les expreſſions trouvées, Chapitres II, III, IV de la premiere Partie, L & H diſparaîtront, en écrivant f à la place de La & de Ha.

102. On doit encore remarquer que, dans ces inſtrumens, 1°., on n'eſtime pas le champ apparent par la quantité de l'objet qu'on apperçoit, mais par l'angle ſous lequel on verrait cette partie à la vue ſimple. Ainſi la lettre φ par laquelle on a déſigné la moitié de cet angle, repréſentera la moitié du champ apparent. 2°. Qu'on eſtime le groſſiſſement, en comparant la grandeur dont on voit l'objet avec l'inſtrument, avec celle dont on le verrait à la même diſtance, à la vue ſimple. Ainſi, le groſſiſſement ayant été rapporté à une diſtance marquée par g, & la diſtance de l'objet ayant été repréſentée par a, on aura ici $g = a$. Le nombre m qui marque le groſſiſſement, indique donc combien l'angle ſous lequel nous voyons le diametre d'un objet quelconque, avec une lunette, eſt plus grand que l'angle ſous lequel on le verrait à la vue ſimple. Au reſte, on n'entend parler ici que des angles aſſez petits; car lorſqu'ils ſont un peu conſidérables, le nombre m indique combien la tangente de l'angle ſous lequel on voit l'objet avec la lunette, eſt plus grande que la tangente de l'angle ſous lequel on verrait cet objet à la vue ſimple.

103. Avant d'aller plus loin, on remarquera que, quoique la diſtance juſte n ne ſoit pas la même pour tous les yeux, on n'a point égard à cette différence dans les lunettes, parce qu'une lunette bonne pour une eſpece de vue, l'eſt pour toutes. Et parce que la diſtance juſte n eſt aſſez conſidérable, relativement à la diſtance de l'œil au dernier verre, que, pour un grand nombre d'yeux, elle eſt même comme infinie, on

pourra, ſans crainte d'erreur, la traiter comme telle dans le calcul. Ainſi, ſi p & q repréſentent, l'une la diſtance du point d'où viennent tomber ſur le dernier verre les rayons infiniment proches de l'axe, & l'autre la diſtance du point où ils concourent, après avoir été rompus, θ la diſtance de l'œil; à cauſe de $\theta = q + n$ ou de $q = \theta - n$, la diſtance q devra être infinie; en ſorte que $\frac{q}{n} = -1$, ou $\frac{n}{q} = -1$. Et comme $q = \infty$, il s'enſuit que la diſtance focale du dernier verre ſera $= p$.

Voyons actuellement quelles ſont les choſes dont on a beſoin pour conſtruire une lunette.

104. Conſervant les dénominations employées aux endroits cités ci-deſſus, faiſons toujours $f = La$, $f' = L'a'$, $f'' = L''a''$, &c.; & $H = \frac{L}{L+1}$, $H' = \frac{L'}{L'+1}$, $H'' = \frac{L''}{L''+1}$, &c. A cauſe de $a = \infty$, $f = F$; ainſi, $F = La = Ha$, en ſorte qu'on pourra écrire F à la place de La ou de Ha, partout où ces quantités ſe trouveront. Pour les autres diſtances focales F', F'', F''', &c., on aura $F' = H'a'$, $F'' = H''a''$, $F''' = H'''a'''$, &c.; & par conſéquent, $a' = \frac{F'}{H'} = \frac{L'+1}{L'} F'$, $a'' = \frac{F''}{H''} = \frac{L''+1}{L''} F''$, $a''' = \frac{F'''}{H'''} = \frac{L'''+1}{L'''} F'''$, &c., $f' = L'a' = (L'+1) F'$, $f'' = (L''+1) F''$, &c.

Employant les nombres π, π', π'', &c., & la moitié du champ apparent φ, on aura auſſi $a' = \frac{F\varphi}{H'\pi - \varphi}$, $a'' = \frac{L'.F\varphi}{H''\pi' - \pi + \varphi}$, $a''' = \frac{L'L''.F\varphi}{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$, $a^{IV} = \frac{L'L''L'''.F\varphi}{H^{IV}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}$, &c., $f' = \frac{L'.F\varphi}{H'\pi - \varphi}$, $f'' = \frac{L'L''.F\varphi}{H''\pi' - \pi + \varphi}$, $f''' = \frac{L'L''L'''.F\varphi}{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$, $f^{IV} = \frac{L'L''L'''L^{IV}.F\varphi}{H^{IV}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}$, &c.

On aura auſſi les diſtances focales $F' = \frac{H'.F\varphi}{H'\pi - \varphi}$, $F'' = \frac{L'H''.F\varphi}{H''\pi' - \pi + \varphi}$, $F''' = \frac{L'L''H'''.F\varphi}{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$, $F^{IV} = \frac{L'L''L'''H^{IV}.F\varphi}{H^{IV}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}$, &c.

Ayant a', f' a'', f'', &c., on aura les intervalles des verres $f + a'$, $f' + a''$, &c. Ces intervalles doivent toujours être

positifs, ainsi qu'on l'a déjà fait observer; mais quelques-uns peuvent être nuls; savoir, lorsque deux ou un plus grand nombre de verres sont appliqués l'un contre l'autre, comme cela arrive dans les objectifs composés.

Il suit des expressions de ces intervalles, que, si $\pi = 0$, la distance entre le premier & le second verre devient nulle; que, si $\pi' = 0$, la distance entre le second & le troisieme verre est aussi nulle, en sorte que ces trois verres sont appliqués l'un contre l'autre; si π'' était aussi $= 0$, le quatrieme verre s'appliquerait contre le troisieme, &c.

105. Quant aux ouvertures des verres, elles sont déterminées par la condition que tous les rayons que l'objet envoie sur l'objectif, soient transmis par les verres suivans, entendant par l'objet, non un objet quelconque, mais seulement ce qu'on peut voir avec la lunette, ensorte que son demi-diametre convienne avec le demi-diametre du champ apparent qui a été représenté par φ. Ainsi, k représentant le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif, le demi-diametre de l'ouverture du second verre, $= \frac{H'\pi F + k}{H'\pi - \varphi}\varphi$, celui du troisieme, $= \frac{L'H''\pi' F + k}{H''\pi' - \pi + \varphi}\varphi$, du quatrieme, $= \frac{L'L''H'''\pi'' F + k}{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}\varphi$, du cinquieme, $= \frac{L'L''L'''H^{IV}\pi''' F + k}{H^{IV}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}\varphi$, &c., expressions qui sont composées de deux parties qu'il faudra toujours prendre positives, malgré qu'on les trouve négatives l'une ou l'autre, ou même toutes les deux.

106. On peut exprimer plus simplement les premieres parties de ces expressions, au moyen des distances focales des verres; elles seront, respectivement, $\pi F'$, $\pi' F''$, $\pi'' F'''$, $\pi''' F^{IV}$, &c. On pourra aussi simplifier les autres parties, les expressions des distances focales donnant $\frac{\varphi}{H'\pi - \varphi} = \frac{F'}{H'F}$, $\frac{\varphi}{H''\pi' - \pi + \varphi} = \frac{F''}{L'H''F}$, $\frac{\varphi}{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi} = \frac{F'''}{L'L''H'''F}$, $\frac{\varphi}{H^{IV}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi} = \frac{F^{IV}}{L'L''L'''H^{IV}F}$, &c. Ainsi, le demi-diametre de l'ouverture du second verre, $= \pi F' + \frac{F'k}{H'F}$, du troisieme, $= \pi' F'' + \frac{F''k}{L'H''F}$,

du quatrieme, $= \pi'' F''' + \frac{F''' k}{L' L'' \overline{H'''} \overline{F}}$, du cinquieme, $= \pi''' F^{IV} + \frac{F^{IV} k}{L' L'' L''' \overline{H^{IV}} \overline{F}}$, &c.

Si donc il arrive que quelqu'une des lettres π, π', π'', &c., ſoit nulle, alors il faudra prendre le demi-diametre de l'ouverture du verre qui lui répond, égal à la ſeconde partie de l'expreſſion. Dans les autres cas, dans leſquels la premiere partie eſt plus grande que la ſeconde, on pourra ſe contenter de prendre le demi-diametre de l'ouverture égal à cette premiere partie, ce qui ne peut avoir d'inconvénient, ſi-non que le bord du champ apparent paraiſſe un peu plus obſcur que le reſte.

107. Le groſſiſſement m a été trouvé en général, pour deux verres, $= \frac{ff'g}{aa'n}$; pour trois, $= \frac{ff'f''g}{aa'a''n}$; pour quatre, $= \frac{ff'f''f'''g}{aa'a''a'''n}$; pour cinq, $= \frac{ff'f''f'''f^{IV}g}{aa'a''a'''a^{IV}n}$, &c. Mais on a pour une lunette compoſée de deux verres, $\frac{f'}{n} = -1$; pour une à trois, $\frac{f''}{n} = -1$; pour une à quatre, $\frac{f'''}{n} = -1$; pour une à cinq, $\frac{f^{IV}}{n} = -1$; de plus, on a fait $g = a$. On aura donc pour une lunette à deux verres, $m = -\frac{f}{a'}$; pour une à trois, $m = \frac{ff'}{a'a''}$; pour une à quatre, $m = -\frac{ff'f''}{a'a''a'''}$; pour une à cinq, $m = \frac{ff'f''f'''}{a'a''a'''a^{IV}}$, &c.

Si on a, pour m, une valeur poſitive, l'objet ſera repréſenté droit; & renverſé, ſi on a une valeur négative. Réciproquement, ſi l'on veut qu'une lunette groſſiſſe, par exemple, cent fois, il y a deux cas à conſidérer; l'un où l'on deſire que l'objet ſoit vu dans ſa ſituation naturelle, l'autre où on le veut renverſé; dans le premier cas, on fera $m = 100$, dans le ſecond, $m = -100$.

Comme, pour le dernier verre ou l'oculaire d'une lunette à deux verres, f' eſt infinie, a' ſera égale à la diſtance focale de ce verre; de même, f'' qui appartient à l'oculaire d'une lunette à trois verres, étant infinie, a'' ſera égale à la diſtance focale de ce verre; de même a''' ſera égale à la diſtance focale

de l'oculaire d'une lunette à quatre verres, à cauſe de $f''' = \infty$, & ainſi des autres. Ainſi, on aura pour une lunette à deux verres, $m = -\frac{F}{F'}$; pour une lunette à trois, $m = L' \cdot \frac{F}{I''}$; pour une à quatre, $m = -L'L'' \cdot \frac{F}{F'''}$; pour une à cinq, $m = L'L''L''' \cdot \frac{F}{F^{IV}}$, &c.

108. Cherchons actuellement le lieu de l'œil ou ſa diſtance à l'oculaire.

Suppoſons d'abord une lunette compoſée de deux verres. On a trouvé (63) que la diſtance θ de l'œil au dernier verre d'un inſtrument de Dioptrique, compoſé de deux verres, $= \frac{LH'a\pi\varphi}{(\pi-\varphi)(H'\pi-\varphi)}$. Dans le cas préſent où $F = La$, on aura donc $\theta = \frac{H'Fa\pi\varphi}{(\pi-\varphi)(H'\pi-\varphi)} = \frac{H'a'\pi}{\pi-\varphi}$, en mettant a' à la place de ſa valeur $\frac{F\varphi}{H'\pi-\varphi}$. Mais, comme $f' = \infty$, & que $L'a' = f'$, L' eſt $= \infty$, & par conſéquent $H' = 1$; ainſi on aura $\theta = \frac{a'\pi}{\pi-\varphi} = \frac{\pi I'}{\pi-\varphi}$. Or, à cauſe que $H' = 1$, on a $F' = \frac{F\varphi}{\pi-\varphi}$, en ſorte que $\frac{1}{\pi-\varphi} = \frac{I'}{F\varphi}$; donc $\theta = \frac{\pi I'I'}{F\varphi}$, & à cauſe de $m = -\frac{F}{I'}$, $\theta = -\frac{\pi I'}{m\varphi}$.

On pourrait avoir encore une autre expreſſion de θ; car on a $\frac{\pi}{\varphi} = \frac{F+F'}{I'}$, on aura donc $\theta = -\frac{F+F'}{m} = \frac{m-1}{m}F'$, à cauſe de $mF' = -F$.

Pour une lunette à trois verres. On a (63), dans le cas préſent, $\theta = \frac{L'H''F\pi'\varphi}{(\pi'-\pi+\varphi)(H''\pi'-\pi+\varphi)} = \frac{\pi'I''}{\pi'-\pi+\varphi}$, en mettant F'' à la place de ſa valeur $\frac{L'H''F\varphi}{H''\pi'-\pi+\varphi}$. Mais comme $f'' = \infty$, & que $L''a'' = f''$, $L'' = \infty$, & par conſéquent $H'' = 1$; on a donc $F'' = \frac{L'F\varphi}{\pi'-\pi+\varphi}$, d'où l'on tire $\frac{1}{\pi'-\pi+\varphi} = \frac{F''}{L'F\varphi} = \frac{1}{m\varphi}$, à cauſe de $m = \frac{L'F}{F''}$; on aura donc $\theta = \frac{\pi'}{m\varphi}F''$.

Pour une lunette à quatre verres. On a $\theta = \frac{L'L''H'''F\pi''\varphi}{(\pi''-\pi'+\pi-\varphi)(H'''\pi''-\pi'+\pi-\varphi)} = \frac{\pi''F'''}{\pi''-\pi'+\pi-\varphi}$. Mais f''' étant $= \infty$, $L''' = \infty$, à cauſe de $L'''a''' = f'''$; ainſi $H''' = 1$, & par conſéquent $F''' = \frac{L'L''F\varphi}{\pi''-\pi'+\pi-\varphi}$; donc $\frac{1}{\pi''-\pi'+\pi-\varphi}$

$= \frac{F'''}{L'L''F\varphi} = -\frac{1}{m\varphi}$, parce que $m = -\frac{L'L''F}{F'''}$; on aura donc $\theta = -\frac{\pi''}{m\varphi}F'''$.

Pour une lunette à cinq verres. En procédant d'une maniere ſemblable, on trouvera $\theta = \frac{\pi'''}{m\varphi}F^{IV}$.

On ne répétera point que, ſi la valeur de θ eſt poſitive, on trouve l'endroit où il faut placer l'œil pour appercevoir tout le champ apparent; & que, ſi elle eſt négative, il faudra appliquer l'œil contre l'oculaire, & que dans ce cas, le champ apparent eſt déterminé par l'ouverture de la prunelle.

109. Quant au champ apparent, on aura, à cauſe de $g = a$, pour une lunette à deux verres, $\varphi = -\frac{\pi}{m-1}$; pour une lunette à trois, $\varphi = \frac{-\pi+\pi'}{m-1}$; pour une à quatre, $\varphi = \frac{-\pi+\pi'-\pi''}{m-1}$; pour une à cinq, $\varphi = \frac{-\pi+\pi'-\pi''+\pi'''}{m-1}$, &c.

Il eſt inutile de répéter que ſi m eſt un nombre poſitif, l'objet eſt repréſenté droit, & qu'il eſt au contraire repréſenté renverſé ſi m eſt négatif.

110. On voit encore, par ces formules, que plus l'amplification m ſera grande, plus, toutes choſes égales, le champ apparent ſera petit, & comme les lettres π, π', π'', &c., repréſentent des fractions qu'on peut prendre poſitives ou négatives, il eſt évident qu'en augmentant le nombre des verres, on peut augmenter de plus en plus le champ apparent.

De cette maniere on trouvera la moitié du champ apparent exprimée par une fraction qu'on doit regarder comme une partie du rayon ou du ſinus total. Ainſi, comme un arc de cercle égal au rayon eſt d'environ $3437'$, on n'aura qu'à multiplier par ce nombre la fraction qui exprimera la valeur de φ, pour la convertir en minutes. On obſervera encore que cet angle φ eſt toujours conſidéré ici comme poſitif; car s'il ſe trouve négatif, cela indique toujours, que m doit être pris négativement, ou que l'objet eſt repréſenté renverſé.

Si la diſtance de l'œil ſe trouve négative, & qu'ainſi on doive appliquer l'œil contre l'oculaire, on trouvera encore les

mêmes expreſſions pour le champ apparent. Il n'y aura de différence qu'en ce que, dans le cas précédent, on peut prendre la derniere des lettres π, π', π'', &c., telle qu'on veut, pourvu qu'on obſerve de la prendre au-deſſous de $\frac{1}{4}$ ou de $\frac{1}{5}$, au lieu que, dans ce cas ci, elle dépend de la conſtitution de la prunelle.

111. Paſſons maintenant à la détermination du diametre de la confuſion due à la ſphéricité des verres, &, pour plus de généralité, ſuppoſons les verres de différentes eſpeces. On ſe ſouviendra que la ſuppoſition de $a = \infty$, donne $L = 0$, & $La = F$; que de plus on a $g = a$, enſorte que $L^3aag = L^3a^3 = F^3$. Tout cela à lieu pour toutes les lunettes.

Suppoſons une lunette à deux verres. Comme on a $L' = \infty$, $H' = 1$, par conſéquent $F' = a'$; & $m = -\frac{F}{F'}$; on trouve (45) que le demi-diametre de la confuſion due à la ſphéricité des verres, $= \frac{m k^3}{4 F^3}\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right)$.

Suppoſons une lunette à trois verres. On a $L'' = \infty$, $H'' = 1$, par conſéquent $F'' = a''$; & $m = \frac{L'F}{F''}$. Ainſi on trouve que le demi-diametre de la confuſion occaſionnée par la ſphéricité des verres, $= \frac{m k^3}{4F^3}\left(\mu\lambda + \frac{F'\mu'}{H'F}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H'L'}\right) + \frac{\mu''\lambda''}{L'^3 m}\right)$.

Pour une lunette à quatre verres. On a $L''' = \infty$, $H''' = 1$, par conſéquent $F''' = a'''$; & $m = -\frac{L'L''F}{F'''}$. Ainſi on trouve que le demi-diametre de la confuſion due à la ſphéricité des verres, $= \frac{m k^3}{4F^3}\left(\mu\lambda + \frac{F'\mu'}{H'F}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H'L'}\right) + \frac{F''\mu''}{L'^4 H''F}\left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu''}{H''L''}\right) - \frac{\mu'''\lambda'''}{L'^3 L''^3 m}\right)$.

On trouvera de même que pour une lunette à cinq verres, le demi-diametre de la confuſion $= \frac{m k^3}{4F^3}\left(\mu\lambda + \frac{F'\mu'}{H'F}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H'L'}\right) + \frac{F''\mu''}{L'^4 H''F}\left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu''}{H''L''}\right) + \frac{F'''\mu'''}{L'^4 L''^4 H'''F}\left(\frac{\lambda'''}{H'''^3} + \frac{\nu'''}{H'''L'''}\right) + \frac{\mu^{IV}\lambda^{IV}}{L'^3 L''^3 L'''^3 m}\right)$;

que pour une lunette à ſix verres, le demi-diametre de la

confusion $= \frac{m k^3}{4 F^3} \left(\mu \lambda + \frac{F' \mu'}{H' F} \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H' L'} \right) + \frac{F'' \mu''}{L'^4 H'' F} \left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu''}{H'' L''} \right) + \frac{F''' \mu'''}{L'^4 L''^4 H''' F} \left(\frac{\lambda'''}{H'''^3} + \frac{\nu'''}{H''' L'''} \right) + \frac{F^{IV} \mu^{IV}}{L'^4 L''^4 L'''^4 H^{IV} F} \left(\frac{\lambda^{IV}}{H^{IV\,3}} + \frac{\nu^{IV}}{H^{IV} L^{IV}} \right) - \frac{\mu^V \lambda^V}{L'^3 L''^3 L'''^3 L^{IV\,3} m} \right)$, &c.

On trouvera donc, par ces formules, le demi-diametre de la confusion exprimé par un nombre ou fraction numérique, & cette fraction convertie en degrés, minutes & secondes, indiquera sous quel angle chaque point de l'objet est vu avec la lunette, ce qui est précisément en quoi consiste l'effet de la confusion.

112. Pour que la confusion puisse se supporter, il faut donc que le demi-diametre de la confusion soit toujours en deça d'une certaine limite pour laquelle M^r. Euler prend la fraction $\frac{1}{4 q^3}$, q étant $= 40$, ainsi qu'on l'a vu (39). Si donc on représente par N tout ce qui est renfermé entre les parentheses, dans les expressions précédentes, il faudra faire en sorte que $\frac{m k^3}{4 F^3} N$ n'excede pas $\frac{1}{4 q^3}$; d'où l'on peut supposer $\frac{m k^3}{F^3} N = \frac{1}{q^3}$, équation qui détermine la distance focale de l'objectif, car elle donne $F = q k \sqrt[3]{m N}$.

113. Si on représente le degré de clarté par y, on aura (50) $y = \frac{k}{m}$, à cause que $g = a$, & par conséquent $k = my$. On aura donc $F = q m y \sqrt[3]{m N}$. D'où l'on voit que, toutes choses égales, la distance focale de l'objectif est comme la racine cubique de l'amplification m.

Qu'on ne trouve point étrange, dit M^r. Euler, si l'on déduit la distance focale de l'équation précédente, quoiqu'elle se trouve déjà dans le nombre N; car c'est bien moins la quantité F qui entre dans ce nombre, que les rapports de F aux autres distances focales F', F'', &c., qu'on peut regarder comme étant connus d'ailleurs.

Si l'on pouvait faire en sorte que N fût $= 0$, en sorte qu'il n'y eût plus de confusion, alors l'équation précédente pour la distance focale de l'objectif, donnerait $F = 0$, ce qui ne pouvant

vant être, il faudrait avoir recours à l'ouverture, c'eſt-à-dire, à la quantité k, laquelle étant donnée par le degré de clarté y & l'amplification m, on ferait ce verre d'un foyer qui lui permît de porter cette ouverture : il faudrait lui donner un foyer qui fût au moins plus de cinq fois plus grand que le demi-diametre de l'ouverture, & qui fût même plus grand que nous ne diſons, ſuivant que les ſurfaces de ce verre ſe trouveraient avoir plus de courbure.

114. Cherchons enfin quelle diſpoſition les verres doivent avoir pour la deſtruction des couleurs & pour la réunion des images produites par les diverſes eſpeces de rayons.

Pour une lunette à deux verres.

A cauſe de $La = F$ & $a' = F'$, l'équation générale pour la deſtruction des couleurs (81), lorſque la diſtance de l'œil eſt poſitive, devient $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi F'}{\varphi F} = 0$, ou $-\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi}{m\varphi} = 0$, ou, à cauſe que $-\frac{\pi}{\varphi} = m - 1$, $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{m-1}{m} = 0$, ce qui ne pouvant avoir lieu, il eſt évident qu'on ne peut détruire les couleurs dans les lunettes compoſées de deux verres.

L'équation pour la deſtruction des couleurs (81), lorſque la diſtance de l'œil eſt négative, devient, à cauſe que $L = 0$, & $La = F$, $\frac{dP}{P-1} L'F\pi = 0$, ce qui ne peut avoir lieu, L' étant $= \infty$.

L'équation générale pour la réunion des images (81), eſt $\frac{dP}{P-1} \cdot L(L + 1)a + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{a'}{H'} = 0$. Cette équation devient, à cauſe de $L = 0$, $La = F$, $H' = 1$, $a' = F'$, $\frac{dP}{P-1} F + \frac{dP'}{P'-1} \cdot F' = 0$.

Pour une lunette à trois verres.

L'équation générale pour la deſtruction des couleurs (82), dans le cas de trois verres, lorſque la diſtance de l'œil eſt poſitive, devient, à cauſe de $La = F$ & de $a'' = F''$, $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi' F''}{L'\varphi F} = 0$, ou $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi'}{m\varphi} = 0$, parce que $m = \frac{L'F}{F''}$.

Si la distance de l'œil est négative, l'équation générale (82) devient, à cause que $L = 0$, $La = F$ & $L'' = \infty$, $\frac{dP}{P-1} L' \pi' F + \frac{dP'}{P'-1} a' \left((L'+1)\pi' - \pi \right) = 0$.

L'équation générale, pour la réunion des images, dans le cas de trois verres (82), est $\frac{dP}{P-1} L (L+1) a + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{a'}{H'} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{a''}{L'^2 H''} = 0$. Mais $L = 0$, $La = F$, $a' = \frac{F'}{H'}$, $a'' = F''$, $H'' = 1$. Cette équation deviendra donc $\frac{dP}{P-1} F + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{F'}{H'^2} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{F''}{L'^2} = 0$.

Pour une lunette à quatre verres.

L'équation trouvée pour l'anéantissement des couleurs, dans le cas de quatre verres (83), lorsque la distance de l'œil au dernier est positive, devient, à cause de $La = F$, & de $a''' = F'''$, $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi' a''}{L' \varphi F} + \frac{dP'''}{P'''-1} \cdot \frac{\pi'' F'''}{L' L'' \varphi F} = 0$, ou $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi' a''}{L' \varphi F} - \frac{dP'''}{P'''-1} \cdot \frac{\pi''}{m\varphi} = 0$, parce que $m = -\frac{L' L'' F}{F'''}$.

Si la distance de l'œil est négative, l'équation générale (83), devient, à cause que $L = 0$, $La = F$, $L''' = \infty$, $\frac{dP}{P-1} L' L'' \pi'' F + \frac{dP'}{P'-1} a' \left((L'+1) L'' \pi'' - \pi \right) + \frac{dP''}{P''-1} a'' \cdot \frac{(L''+1)\pi'' - \pi'}{L'} = 0$.

L'équation générale, pour la réunion des images, pour le cas de quatre verres (83), est, en la multipliant par L^2, $\frac{dP}{P-1} \cdot L (L+1) a + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{a'}{H'} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{a''}{L'^2 H''} + \frac{dP'''}{P'''-1} \cdot \frac{a'''}{L'^2 L''^2 H'''} = 0$. Mais $L = 0$, $La = F$, $a' = \frac{F'}{H'}$, $a'' = \frac{F''}{H''}$, $a''' = F'''$, $H''' = 1$; ainsi cette équation devient $\frac{dP}{P-1} \cdot F + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{F}{H'^2} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{F''}{L'^2 H''^2} + \frac{dP'''}{P'''-1} \cdot \frac{F'''}{L'^2 L''^2} = 0$.

Pour une lunette à cinq verres.

On trouvera de même que l'équation pour la destruction des couleurs, lorsque la distance à l'oculaire est positive, est $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi' a''}{L' \varphi F} + \frac{dP'''}{P'''-1} \cdot \frac{\pi'' a'''}{L' L'' \varphi F} + \frac{dP^{IV}}{P^{IV}-1} \cdot \frac{\pi'''}{m\varphi} = 0$; que lorsque la distance de l'œil est négative, l'équation est, à

cauſe de $L^{IV} = \infty$, $\frac{dP}{P-1} L' L'' L''' \pi''' F + \frac{dP'}{P'-1} a' \left((L' + 1) L'' L''' \pi''' - \pi \right) + \frac{dP''}{P''-1} a'' \cdot \frac{(L''+1) L''' \pi''' - \pi'}{L'} + \frac{dP'''}{P'''-1} a''' \cdot \frac{(L'''+1)\pi''' - \pi''}{L' L''} = 0$;

& que l'équation pour la réunion des images, eſt $\frac{dP}{P-1} F + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{F'}{H'^2} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{F''}{L'^2 H''^2} + \frac{dP'''}{P'''-1} \cdot \frac{F'''}{L'^2 L''^2 H'''^2} + \frac{dP^{IV}}{P^{IV}-1} \cdot \frac{F^{IV}}{L'^2 L''^2 L'''^2} = 0$. Et ainſi des autres.

115. Si les verres ſont tous de la même eſpece, on n'aura qu'à ſupprimer, dans les équations, les coëfficiens différenciels. Alors il ne ſera pas poſſible de ſatisfaire à l'équation pour la réunion des images. Ainſi, il y a une partie de la confuſion occaſionnée par la différente réfrangibilité des rayons de lumiere, qu'il eſt impoſſible de détruire tant que les verres ont la même qualité réfringente.

CHAPITRE II.

Des Lunettes qui repréſentent les objets dans une ſituation renverſée.

CEs lunettes n'ont, ainſi qu'on l'a fait remarquer, qu'une ſeule image réelle. Comme ce ſont les ſeules dont les Aſtronomes faſſent uſage, nous allons tâcher de les traiter avec tout le détail qu'exige l'importance de leur objet. Commençons par faire obſerver qu'il faut prendre toujours négativement, dans toutes les formules qui ont été données, la lettre m qui exprime le groſſiſſement.

116. Propoſons-nous d'abord de conſtruire la lunette la plus ſimple qui repréſente les objets renverſés, & amplifie un nombre de fois m, en employant la même eſpece de verre.

On aura, pour l'amplification, $m = \frac{f}{a'}$, où f exprime la diſ-

tance focale de l'objectif, & a' celle de l'oculaire à cauſe que $f' = \infty$. Ainſi, la fraction $\frac{f}{a'}$ étant ici poſitive, comme la diſtance $f + a'$ l'eſt auſſi, il faut que les deux diſtances focales f & a' ſoient poſitives, en ſorte que les deux verres ſeront toujours convexes, & l'image réelle tombera en F (*fig.* 12) qui eſt en même tems le foyer commun des deux verres.

Le demi-diametre du champ apparent ſera $\varphi = \frac{\pi}{m+1}$; & pour le voir tout entier, il faudra que l'œil ſoit placé à une diſtance θ de l'oculaire, $= \frac{\pi F'}{m\varphi}$, en repréſentant par F' la diſtance focale de l'oculaire; comme $\pi = (m+1)\varphi$, cette diſtance θ ſera $= \frac{m+1}{m} F'$, & par conſéquent un peu plus grande que F'.

Pour que les objets ſoient vus avec un degré donné y de clarté, y étant une meſure plus petite que le demi-diametre de la prunelle, on a fait voir que le demi-diametre k de l'ouverture de l'objectif doit être $= my$. D'où l'on voit déjà que la diſtance focale f ou F de ce verre ne doit pas être ſuppoſée plus petite que $4k$.

Quant aux couleurs qui alterent la repréſentation de l'objet, il n'eſt pas poſſible de les faire diſparaître; car pour cela il faudrait pouvoir ſatisfaire à l'équation $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{\pi}{m\varphi} = 0$, ou $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{m+1}{m} = 0$, ce qui n'eſt pas poſſible. On peut encore moins détruire ce qui reſte de confuſion provenant de la différente réfrangibilité, puiſqu'il faudrait qu'on eût $\frac{dP}{P-1}(F + F') = 0$.

Tout ce qu'on peut faire, c'eſt de rendre inſenſible la confuſion qui eſt due à l'ouverture, ou, ce qui revient au même, de faire en ſorte que le demi-diametre de la confuſion ne paſſe pas une certaine limite qu'on a déſignée par la lettre q. Pour ſatisfaire à cette condition, on n'aura qu'à prendre $\frac{m\mu k^3}{4F^3}\left(\lambda + \frac{\lambda'}{m}\right) < \frac{1}{4q^3}$, ou $\frac{k^3}{F^3}(\mu\lambda m + \mu\lambda') < \frac{1}{q^3}$; d'où nous aurons cette

condition pour la distance focale F de l'objectif, $F > qk\sqrt[3]{(\mu\lambda m + \mu\lambda')}$, ou, à cause que $k = my$, $F > qmy\sqrt[3]{(\mu\lambda m + \mu\lambda')}$; en sorte qu'il faudra prendre au moins F égale à cette valeur.

117. Plus le nombre μ, lequel dépend de l'espece du verre, sera petit, moins la distance focale F sera grande. Or ce nombre est d'autant plus petit que le rapport de réfraction est plus grand; il semble donc qu'il y aurait à gagner à employer l'espece de verre dont la force réfringente est la plus grande; mais alors les couleurs augmenteraient, à cause de la formule $\frac{dP}{P-1}$ qui croît à proportion du rapport de réfraction; ainsi il faut s'en tenir au verre commun.

118. Pour diminuer la longueur de ces instrumens, il importe beaucoup de faire l'objectif tel que $\lambda = 1$, ce qui est la valeur la plus petite de cette lettre. Comme $a = \infty$, le rayon de sa surface antérieure sera $= \frac{F}{\delta}$, & celui de sa surface postérieure $= \frac{F}{\gamma}$.

119. Quant à ce qui regarde l'oculaire, on gagnerait peu à faire $\lambda' = 1$, parce que, lorsque l'amplification est considérable, ce terme est presque nul par rapport au premier. Il vaut beaucoup mieux donner à ce verre la figure qui le rend susceptible de la plus grande ouverture, parce que c'est d'elle que le champ apparent dépend principalement. Ainsi, on pourra prendre pour regle de faire l'oculaire également convexe des deux côtés, au moyen de quoi la lettre π pourra avoir pour valeur $\frac{1}{4}$, & même plus.

Pour avoir λ', on aura recours aux rayons des surfaces de ce verre, lesquels sont, dans la supposition de $f' = \infty$, $b' = \frac{a'}{\gamma \pm \varepsilon\sqrt{(\lambda'-1)}}$, $c' = \frac{a'}{\delta \mp \varepsilon\sqrt{(\lambda'-1)}}$. Puisque ces rayons sont supposés égaux, on déduira de la comparaison de leurs valeurs, $\sqrt{(\lambda'-1)} = \frac{\delta-\gamma}{2\varepsilon} = \frac{2(P^2-1)}{P\sqrt{(4P-1)}}$, en substituant les valeurs de δ, γ, ε (10). Dans le verre commun, $P = 1{,}55$; donc $\sqrt{(\lambda'-1)} = 0{,}79367$, & par conséquent $\lambda' = 1{,}62991$. Quant aux rayons des faces, on remarquera qu'ils donnent

$\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'} = \frac{\delta+\gamma}{a'} = \frac{1}{(P-1)a'} = \frac{2}{b'}$, en sorte que b' ou $c' = 2(P-1)a' = 2(P-1)F'$.

Pour déterminer le degré de clarté & le degré de netteté suffisans pour des lunettes astronomiques, Mr. Euler se sert d'une remarque de Mr. Huyghens.

120. Voyons ce qui regarde le degré de clarté. Mr. Huyghens fait de 1,225 de pouce, le demi-diametre de l'ouverture d'un objectif de 20 pieds de foyer, & juge que l'objet peut être amplifié 89 fois; & il observe ce rapport dans les autres objectifs. Puis donc qu'on a ici $k = 1{,}225$ de pouce, & $m = 89$, on aura, à cause de $k = my$, $y = \frac{k}{m} = \frac{1}{73}$; si donc on supposait $y = \frac{1}{50}$, on donnerait aux lunettes un degré de clarté plus considérable que celui qu'on leur donne ordinairement.

121. A l'égard du degré de netteté, marqué par q, le même exemple donnant $F = 240$ pouces, $m = 89$, $y = \frac{1}{73}$, & le verre commun $\mu = 0{,}9$ environ, supposant enfin $\lambda = 1$, on aura, en substituant dans la formule $F = qmy\sqrt[3]{(\mu\lambda m + \mu\lambda')}$, & négligeant le second terme contenu sous le radical, $240 = \frac{89}{73}q\sqrt[3]{0{,}9\times 89}$, d'où l'on tire $q = 45$. Si donc on prenait $q = 50$, on aurait plus de netteté qu'on n'en a ordinairement. Ainsi il suffirait, suivant Mr. Huyghens, de supposer $qy = \frac{45}{73} = \frac{5}{8}$ environ; d'où l'on voit que, si on supposait $qy = 1$, on aurait plus de clarté & plus de netteté; mais aussi la lunette deviendrait beaucoup plus longue, que si on supposait $qy = \frac{5}{8}$.

122. Rapprochons actuellement tout ce qui appartient à la construction de la lunette. Le rayon b de la face antérieure de l'objectif $= \frac{F}{\delta}$, le rayon c de la face postérieure $= \frac{F}{\gamma}$; le demi-diametre de l'ouverture $= my$. Comme on a $m = \frac{F}{F'}$, l'intervalle entre les deux verres sera $= \frac{m+1}{m}F$. Les rayons des faces de l'oculaire seront égaux chacun à $2(P-1)F' = 2(P-1)\frac{F}{m}$.

La distance θ de l'œil à ce verre, $= \frac{m+1}{m} F' = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{F}{m}$. Le demi-diametre de l'ouverture de ce verre étant égal à π multiplié par la distance focale, si l'on prend $\pi = \frac{1}{4}$, ce demi-diametre sera $= \frac{1}{4} F'$ ou $= \frac{1}{4} \cdot \frac{F}{m}$. Le champ apparent $\varphi = \frac{\pi}{m+1}$; multipliant par $3437'$, pour convertir en degrés & minutes, on aura $\varphi = \frac{859'}{m+1}$. Enfin, la distance focale F de l'objectif, $= qmy\sqrt[3]{}\, 0{,}9382(m+1{,}62991)$.

123. Si l'on voulait employer un objectif double ou un triple, au lieu d'un objectif simple, comme la distance focale de l'objectif deviendrait beaucoup plus petite, la lunette deviendrait beaucoup plus courte. Cette diminution vient de ce que λ qui entre dans l'expression du demi-diametre de la confusion, est, dans les objectifs composés, fort au dessous de l'unité. S'il s'agit d'un objectif double, $\lambda = 0{,}19183$; si l'objectif est triple, $\lambda = 0{,}042165$ (*Voyez* 21 & 26.) Dans le premier cas, $F = qmy\sqrt[3]{}\,(0{,}9382(0{,}19183 \cdot m + 1{,}62991))$; dans le second, $F = qmy\sqrt[3]{}\,(0{,}9382(0{,}042156 \cdot m + 1{,}62991))$, F représentant la distance focale de l'objectif composé. Quant à l'amplification, le champ apparent, le lieu de l'œil, &c., tout cela demeure le même.

Si l'on fait, avec Mr. Huyghens, $qy = \frac{5}{8}$, on trouve que l'objectif d'une lunette qui grossit 100 fois, étant simple, son foyer est de 23 pieds 9 $\frac{1}{2}$ pouces; que s'il est double, son foyer est de 14 $\frac{1}{3}$ pieds; qu'enfin, s'il est triple, son foyer n'est que de 9 pieds 2 $\frac{1}{2}$ pouces.

124. S'il est avantageux d'employer des objectifs composés au lieu des objectifs simples, en ce qu'ils rendent les lunettes beaucoup plus courtes, il l'est aussi beaucoup de substituer des oculaires composés aux oculaires simples, parce qu'on augmente, par leur moyen, le champ apparent. On peut le rendre double ou triple, en employant un oculaire double ou triple, ainsi qu'on va le faire voir.

125. Supposons qu'on veuille construire une lunette dont l'oculaire soit double, dans la vue de doubler le champ appa-

rent. La lunette eſt donc compoſée de trois verres dont les deux derniers ſont contigus. Puiſqu'il y a trois verres, on aura $m = -\frac{ff'}{a'a''}$; & comme l'intervalle $f' + a'' = 0$, on aura $a'' = -f'$, & par conſéquent $m = \frac{f}{a'}$. Puiſqu'on emploie un oculaire double, afin de doubler le champ apparent, & que le demi-diametre du champ apparent eſt actuellement $\varphi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$; pour qu'il ſoit double de ce qu'il ſerait ſi l'oculaire était ſimple, il faut que $-\pi' = \pi$, car alors $\varphi = \frac{2\pi}{m+1}$. Mais F & F' repréſentant les diſtances focales de l'objectif & du premier des deux verres qui forment l'oculaire, on a $\frac{\varphi}{H'\pi - \varphi} = \frac{F'}{H'F} = \frac{a'}{F}$, à cauſe de $F' = H'a'$; donc, puiſque $m = \frac{f}{a'} = \frac{F}{a'}$, on aura $\frac{H'\pi - \varphi}{\varphi} = m$, & par conſéquent $H'\pi = (m+1)\varphi$; donc $H' = 2$, & par conſéquent $L' = -2$. Donc, puiſque $F' = H'a'$, on aura $F' = 2a' = \frac{2F}{m}$. Mais $a'' = -f'' = -L'a' = -\frac{L'F}{m} = \frac{2F}{m}$, & a'' eſt égale à la diſtance focale du dernier verre, à cauſe de $f'' = \infty$; donc cette diſtance focale $F'' = \frac{2F}{m}$; les deux verres qui compoſent l'oculaire, ſont donc égaux.

Quant au demi-diametre de la confuſion, lequel eſt exprimé par $\frac{m\mu k^3}{4F^3}\left(\lambda + \frac{l'}{H'^2F}\left(\frac{\lambda'}{H'^2} + \frac{\nu}{L'}\right) - \frac{\lambda''}{L'^3 m}\right)$, il ſera $= \frac{m\mu k^3}{4F^3}\left(\lambda + \frac{1}{2m}\left(\frac{\lambda'}{4} - \frac{\nu}{2}\right) + \frac{\lambda''}{8m}\right)$, à cauſe de $H' = 2$, $L' = -2$, & $F' = \frac{2F}{m}$.

Il faut maintenant obſerver que les deux verres qui compoſent l'oculaire, ne peuvent ſupporter une ouverture telle que $\pi = \frac{1}{4}$, qu'autant qu'ils ſont également convexes des deux côtés. Or, pour le dernier, on trouve, dans la ſuppoſition des convexités égales, ainſi qu'on l'a vu, $\lambda'' = 1{,}6299$, P étant $= 1{,}55$. Pour trouver la valeur de λ' qui appartient au premier, on n'aura qu'à comparer les valeurs des rayons des deux faces,

faces, lesquels sont $b' = \frac{a'f'}{\gamma f' + \delta a' \pm \varepsilon(a'+f')\sqrt{(\lambda'-1)}}$, $c' = \frac{a'f'}{\gamma a' + \delta f' \mp \varepsilon(a'+f')\sqrt{(\lambda'-1)}}$, on aura $\sqrt{(\lambda'-1)} = \frac{\gamma-\delta}{2\varepsilon} \cdot \frac{a'-f'}{a'+f'} = \frac{3(\delta-\gamma)}{2\varepsilon}$, à cause que $f' = L'a'$, & que $L' = -2$, & par conséquent $\lambda' = 1 + \frac{9(\delta-\gamma)^2}{4\varepsilon^2}$. Mais $\lambda'' = 1 + \frac{(\delta-\gamma)^2}{4\varepsilon^2} = 1{,}6299$; ainsi $\frac{(\delta-\gamma)^2}{4\varepsilon^2} = 0{,}6299$. Donc $\lambda' = 6{,}6691$. On aura donc $\frac{\lambda'}{4} - \frac{\nu}{2} = 1{,}5509$; en sorte que la partie de la confusion due au premier des deux oculaires, $= \frac{0{,}7754}{m}$. Quant à la partie de la confusion qui provient du second, elle $= \frac{0{,}2037}{m}$. Ainsi la partie que produit cet oculaire double, dans l'expression de la confusion, $= \frac{0{,}9791}{m}$. Supposant donc toujours ce demi-diametre $= \frac{1}{4q^3}$, on aura la distance focale de l'objectif $F = qmy\sqrt[3]{0{,}9382(\lambda m + 0{,}9791)}$. On laisse λ sans la déterminer, afin de laisser la liberté de prendre l'objectif tel qu'on voudra, simple, double, &c.

Pour trouver les rayons des faces des deux verres simples qui composent l'oculaire, on aura pour le premier, $\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'} = (\delta+\gamma)\frac{a'+f'}{a'f'} = (\delta+\gamma)\frac{1}{F'} = \frac{1}{(P-1)F'} = \frac{2}{b'}$, & par conséquent, $b' = 2(P-1)F' = 4(P-1)\frac{F}{m}$, à cause de $F' = \frac{2F}{m}$; ainsi, $b' = \frac{2{,}20F}{m}$. On aura aussi $b'' = \frac{2{,}20F}{m}$.

Pour le lieu de l'œil, on a $\theta = -\frac{\pi' F''}{m\varphi} = \frac{\pi F''}{m\varphi} = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{F}{m}$, à cause que $F'' = \frac{2F}{m}$, & $\varphi = \frac{2\pi}{m+1}$. Le demi-diametre du champ apparent sera $= \frac{1718}{m+1}$ minutes.

126. On a dû remarquer que l'oculaire double augmente moins la confusion qu'un simple. Quant aux couleurs qui pourraient altérer les bords de l'objet, il est facile de s'assurer qu'il n'en produit pas davantage que s'il était simple.

Actuellement il n'eſt pas difficile de voir qu'avec un oculaire triple on pourrait tripler le champ apparent, &c.

127. Nous ne devons pas oublier d'avertir que non ſeulement il faut peindre en noir l'intérieur des tuyaux des lunettes, mais encore qu'il faut placer à l'endroit où ſe forme l'image, un diaphragme, ou cercle auſſi peint en noir & percé d'un trou égal au diametre de l'image, afin d'intercepter les rayons étrangers qui pourraient entrer dans l'œil & troubler la viſion. Ainſi, le demi-diametre de l'image, dans les lunettes dont on vient de parler, étant égal à $F\varphi$, on fera le demi-diametre de ce trou, de cette quantité.

128. Ces lunettes, les ſeules connues juſqu'à ces derniers tems, encore n'y avait-il que celles à objectif & oculaire ſimples, joignant au défaut de donner des couleurs, celui d'une longueur conſidérable, on a toujours deſiré de pouvoir les délivrer de l'un & de l'autre. Le premier étant dû à la nature de la lumiere, on regardait comme impoſſible de le faire diſparaître, lorſqu'en 1748, Mr. Euler apprit aux Opticiens que pour y réuſſir, il ne s'agiſſait que de former les objectifs de matieres différemment réfringentes. Quoique fondée ſur les conſidérations les plus déciſives, cette idée ne fut pas d'abord appréciée ce qu'elle valait, elle éprouva même des contradictions. Les défenſeurs du vieux préjugé oppoſerent l'autorité de Mr. Newton, & une de ſes expériences qui la renverſait, parce que ce grand homme l'avait manquée, fut ſur le point de faire rejeter, comme abſurde, la plus importante découverte. Enfin la démonſtration de la mépriſe de M. Newton, d'une part, & de l'autre, la découverte que fit Mr. Dollond de la qualité réfringente du flintglaſs, la firent triompher. Admiſe auſſi-tôt par tous les Opticiens, ils ont porté, par ſon ſecours, les lunettes au plus haut degré de perfection. Ils l'avaient même adoptée ſi complétement & avec ſi peu de réſerve, qu'ils regardaient la deſtruction des couleurs comme impoſſible, ſi les objectifs n'étaient compoſés de matieres dont la réfringence fût différente. Ils ſe trompaient cependant ; & ce fut encore Mr. Euler qui le leur apprit. Il fit voir qu'on pouvait, avec la même eſpece de verre, anéantir la partie la plus conſidérable & la

plus importante à détruire, de la confusion dûe à la différente réfrangibilité de la lumiere; en un mot, construire des lunettes qui ne donneraient point de couleurs sensibles. Après avoir exposé cette découverte dans les Mémoires de Berlin, il s'en occupe de nouveau dans sa Dioptrique, & en montre tous les avantages. Il commence par faire voir comment l'on peut, avec trois verres de la même espece, construire des lunettes sans couleurs. Mais comme elles ont encore le défaut d'une trop grande longueur, il enseigne ensuite à les délivrer de ce défaut, en les composant de quatre verres, avantage auquel se joint celui d'être absolument exemptes de la confusion due à la sphéricité des verres. Si elles n'avaient pas l'inconvénient d'avoir trop peu de champ, ces lunettes ne laisseraient donc rien à desirer. Heureusement qu'il est facile d'y remédier, en leur ajoutant un verre ou deux, & alors elles ont toutes les qualités, ainsi qu'on va le voir par les détails de la construction d'une lunette à cinq verres, dans lesquels nous allons entrer, d'après ce grand Géometre.

129. Supposant donc cinq verres, & l'objet renversé, le grossissement $m = -\frac{ff'f''f'''}{a'a''a'''a^{IV}}$. Si l'on suppose, comme le fait Mr. Euler, que l'image réelle tombe entre le quatrieme & le cinquieme verre, la fraction seule $\frac{f'''}{a^{IV}}$ sera positive, & les autres $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$ seront négatives. Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$, $\frac{f'''}{a^{IV}} = n'''$. On aura $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L'a' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{f'}{n'} = \frac{L'f}{nn'}$, $f'' = L''a'' = \frac{L'L''f}{nn'}$, $a''' = -\frac{f''}{n''} = -\frac{L'L''f}{nn'n''}$, $f''' = L'''a''' = -\frac{L'L''L'''f}{nn'n''}$, $a^{IV} = \frac{f'''}{n'''} = -\frac{L'L''L'''f}{nn'n''n'''} = -\frac{L'L''L'''f}{m}$, à cause que $m = nn'n''n'''$.

Les distances focales seront $F = f$, $F' = H'a' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = H''a'' = \frac{L'H''f}{nn'}$, $F''' = H'''a''' = -\frac{L'L''H'''f}{nn'n''}$, $F^{IV} = a^{IV}$.

Les intervalles seront $f + a' = \left(1 - \frac{1}{n}\right) f$, $f' + a'' = -\frac{L'f}{n}\left(1 - \frac{1}{n'}\right)$, $f'' + a''' = \frac{L'L''f}{nn'}\left(1 - \frac{1}{n''}\right)$, $f''' + a^{IV} = -\frac{L'L''L'''f}{nn'n''}\left(1 + \frac{1}{n'''}\right)$. Comme les valeurs de ces intervalles doivent être positives, & que n, n', n'', n''' sont des nombres positifs par eux-mêmes, il faut que $(n - 1)f$, $L'f(1 - n')$, $L'L''f(n'' - 1)$ soient des quantités positives, & que $L'L''L'''f$ soit une quantité négative.

Si l'on suppose que les rayons sortent paralleles du second verre, on a $L' = \infty$, puisqu'alors $f' = \infty$, & que $f' = L'a'$; en sorte que $L' = \frac{f'}{a'} = \infty$. On aura de plus, $L'' = 0$, car $a'' = \infty$, de même que f, à cause du paralléliſme des rayons; ainsi, comme $f'' = L''a''$, on a $L'' = \frac{f''}{a''} = 0$.

On peut considérer L' comme un nombre extrêmement grand; si donc ω est une fraction très-petite, on pourra supposer $L' = \frac{1}{\omega}$, & alors $H' = \frac{L'}{L' + 1} = \frac{1}{1 + \omega}$.

Soient les intervalles entre les trois premiers verres, très-petits & égaux chacun à ωf, c'est-à-dire, $f + a' = f' + a'' = \omega f$; on aura $n = \frac{1}{1 - \omega} = 1 + \omega$, & $n' = \frac{1}{1 + \omega\omega}$, en sorte que n & n' different extrêmement peu de l'unité, & surtout n'.

Si, de même qu'on a considéré L' comme un nombre extrêmement grand, on considere L'' comme un nombre extrêmement petit, on pourra le supposer $= N\omega$, en sorte qu'on aura $L'L'' = N$. La supposition de $L'' = N\omega$, donne $H'' = \frac{N\omega}{N\omega + 1}$.

Il résulte des suppositions précédentes de $n = 1 + \omega$, $n' = 1$, & $L'L'' = N$, & de celle du paralléliſme des rayons, au sortir du second verre, que $a' = -\frac{f}{1 + \omega}$ ou $a' = -(1 - \omega)f$, $f' = \infty$, $a'' = -\infty$, $f'' = \frac{Nf}{1 + \omega}$, $a''' = -\frac{Nf}{n''}$, $f''' = -\frac{L'''Nf}{n''}$, $a^{IV} = -\frac{L'''Nf}{n''n'''}$; que les distances focales $F = f$, $F' = -\frac{f}{1 + \omega}$, $F'' = \frac{Nf}{1 + \omega}$, $F''' = -\frac{NH'''f}{n''}$, $F^{IV} = a^{IV} = -\frac{L''Nf}{n''n'''}$; que les intervalles $f + a' = \omega f$, $f' + a'' = \omega f$, $f'' + a''' = Nf \cdot \frac{n'' - 1}{n''}$,

$f''' + a'^{v} = -\frac{N L''' f}{n''} \cdot \frac{n''' + 1}{n'''}$. L'expreſſion du troiſieme fait connaître que n'' doit être plus grande que l'unité, & celle du quatrieme, que L''' doit être négative.

Les diſtances focales donnent les équations ſuivantes : $\frac{H'\pi - \varphi}{\varphi} = \frac{H'F}{F'} = \frac{H'F}{H'a'} = \frac{F}{a'} = \frac{f}{a'} = -n$, ce qui donne, à cauſe de $H' = \frac{1}{1+\omega}$, $\frac{\pi}{\varphi} = 1 - n + \omega - \omega n$, &, en ſubſtituant à la place de n, ſa valeur $1 + \omega$, $\frac{\pi}{\varphi} = -\omega$;

enſuite $\frac{H''\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L'H''F}{F''} = \frac{L'H''F}{H''a''} = \frac{L'f}{a''} = nn'$.

Subſtituant, à la place de H'', ſa valeur $\frac{N\omega}{N\omega + 1}$, & à la place de $\frac{\pi}{\varphi}$, ſa valeur $1 - n + \omega - \omega n$, on aura $\frac{\pi'}{\varphi} = \frac{(1 - n - \omega n)(N\omega + 1)}{N}$, ou $\frac{\pi'}{\varphi} = -\frac{2\omega}{N}$.

Et enfin $\frac{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}{\varphi} = \frac{L'L''H'''F}{F'''} = \frac{L'L''H'''F}{H'''a'''} = \frac{L'L''f}{a'''} = -n''$, d'où l'on tire $\frac{\pi''}{\varphi} = -\frac{n'' - 1}{H'''}$, $\frac{\pi}{\varphi}$ & $\frac{\pi'}{\varphi}$ étant d'une petiteſſe qui permet de les négliger.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi'''}{m + 1}$.

Pour qu'il ſoit le plus grand poſſible, il faudra prendre $\pi'' = \frac{1}{4}$, $-\pi''' = \frac{1}{4}$; il deviendra alors $\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{m+1}$; on néglige π & π' à cauſe de leur petiteſſe. Si l'on ſubſtitue cette valeur de φ & celle de π''' dans l'expreſſion du lieu de l'œil $\theta = -\frac{\pi''' F'^{v}}{m\varphi}$, on aura $\theta = -\frac{m+1}{2} \cdot \frac{N L''' f}{n'' n''' m}$, valeur qui nous prouve encore la neceſſité que L''' ſoit négative. Pour voir ſi elle l'eſt en effet, déterminons d'abord H''', en ſubſtituant dans l'équation $\frac{1}{H'''} = \frac{\pi''}{(1 - n'')\varphi}$, les valeurs de π'' & de φ ; on trouvera $H''' = -\frac{2(n'' - 1)}{m + 1}$, & par conſéquent $L''' = -\frac{2(n'' - 1)}{2n'' + m - 1}$; ainſi L''' ſera négative, pourvu que n'' ſoit plus grande que l'unité.

L'équation générale pour la deſtruction des couleurs, eſt

$\frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{\pi' a''}{L' \varphi F} + \frac{\pi'' a'''}{L' L'' \varphi F} + \frac{\pi''' F^{IV}}{L' L'' L''' \varphi F} = 0$, laquelle, à cauſe que $F = f$, $\frac{a'}{f} = -1$ à très-peu près, $\frac{a''}{L' f} = 1$, $\frac{a'''}{L' L'' f} = -\frac{1}{n''}$, $\frac{a^{IV}}{L' L'' L''' f} = -\frac{1}{n'' n'''}$, ſe change dans la ſuivante, $-\frac{\pi}{\varphi} + \frac{\pi'}{\varphi} - \frac{\pi''}{\varphi} \cdot \frac{1}{n''} - \frac{\pi'''}{\varphi} \cdot \frac{1}{n'' n'''} = 0$, ou $\omega - \frac{2\omega}{N} - \frac{\pi''}{\varphi} \cdot \frac{1}{n''} - \frac{\pi'''}{\varphi} \cdot \frac{1}{n'' n'''} = 0$, ou, en négligeant les deux premiers termes qui d'ailleurs ſe détruiſent dans la ſuppoſition de $N = 2$ que nous employerons, & à cauſe que $\pi'' = -\pi'''$, $-\frac{1}{n''} + \frac{1}{n'' n'''} = 0$, d'où l'on tire $n''' = 1$; & par conſéquent $n^{IV} = m$, puiſque $m = n'' n'''$. On voit donc que n'' eſt plus grande que l'unité, & qu'ainſi toutes les conditions ſont remplies. Enfin, l'équation générale pour l'anéantiſſement de la confuſion occaſionnée par l'ouverture des verres, eſt $\lambda + \frac{F'}{H'^2 F}\left(\frac{\lambda'}{H'^2} + \frac{\nu}{L'}\right) + \frac{F''}{L'^2 H''^2 F}\left(\frac{\lambda''}{H''^2} + \frac{\nu}{L''}\right) + \frac{F'''}{L'^2 L''^2 H'''^2 F}\left(\frac{\lambda'''}{H'''^2} + \frac{\nu}{L'''}\right) - \frac{\lambda^{IV}}{L'^3 L''^3 L'''^3 m} = 0$. Pour voir ce qu'elle doit devenir, on obſervera que non-ſeulement $L' L'' = N$, mais encore que $L' H'' = N$, à cauſe que L'' étant $= \frac{N}{L'}$, on a $H'' = \frac{L''}{L'' + 1} = \frac{N}{N + L'} = \frac{N}{L'}$; que $F = f$, $F' = -\frac{f}{1+\omega}$, $F'' = \frac{Nf}{1+\omega}$, $F''' = -\frac{N H''' f}{n''}$. Ainſi l'équation précédente deviendra $\lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda''}{N^3(1+\omega)} - \frac{1}{N^3 H''' n''}\left(\frac{\lambda'''}{H'''^2} + \frac{\nu}{L'''}\right) - \frac{\lambda^{IV}}{N^3 L'''^3 m} = 0$, ou $\lambda' = (1+\omega)\lambda + \frac{\lambda''}{N^3} - \frac{\lambda'''}{N^3 H'''^3 m} - \frac{\lambda^{IV}}{N^3 L'''^3 m} - \frac{\nu}{N^3 L''' H''' m}$.

Pour trouver cette valeur de λ', on remarquera que les deux derniers verres demandant la plus grande ouverture poſſible, il faut les prendre également convexes des deux côtés; ainſi, pour le dernier de ces verres, il faudra prendre $\lambda^{IV} = 1{,}6299$. Pour l'autre, on a $\checkmark(\lambda''' - 1) = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon} \cdot \frac{f''' - a'''}{f''' + a'''} = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon}(2H''' - 1)$, en ſubſtituant les valeurs de f''' & de a''', & enſuite la valeur $\frac{H'''}{1 - H'''}$ de L'''; on aura donc $\lambda''' = 1 + 0{,}6299 \cdot \left(\frac{3 - 5m}{m+1}\right)^2$,

en mettant à la place de H''' ſa valeur $-\frac{2(m-1)}{m+1}$, & à la place de $\left(\frac{\delta-\gamma}{2\varepsilon}\right)^2$, ſa valeur numérique 0,6299.

Enſuite on prendra $\lambda = 1$, & $\lambda'' = 1$; & pour ω, on pourra prendre $\omega = \frac{1}{m}$, parce que de cette maniere les intervalles des premiers verres ne ſe trouvent pas trop petits, & qu'ainſi on ne doit éprouver aucune difficulté à les placer.

Mettons actuellement ſous les yeux tous les élémens précédens dans leſquels on aura fait $n''' = 1$, $n'' = m$, $\omega = \frac{1}{m}$, & ſubſtitué la valeur $-\frac{2(m-1)}{m+1}$ de H''', & pour L''' la ſienne $-\frac{2(m-1)}{3m-1}$.

$a' = -\frac{mf}{m+1}$, $f' = \infty$, $a'' = -\infty$, $f'' = \frac{Nf}{1+\omega} = N(1-\omega)f = N\left(1-\frac{1}{m}\right)f$, $a''' = -\frac{Nf}{m}$, $f''' = \frac{2N(m-1)f}{m(3m-1)}$, $a^{IV} = \frac{2N(m-1)f}{m(3m-1)}$, en ſorte que $f''' = a^{IV}$, & que par conſéquent l'image réelle ſe trouve au milieu de l'intervalle qui ſépare les deux derniers verres.

Les diſtances focales $F = f$, $F' = -\frac{mf}{m+1}$, $F'' = N\left(1-\frac{1}{m}\right)f$, $F''' = \frac{2N(m-1)f}{m(m+1)}$, $F^{IV} = a^{IV} = \frac{2N(m-1)f}{m(3m-1)}$.

Les intervalles $f + a' = \frac{f}{m}$, $f' + a'' = \frac{f}{m}$, $f'' + a''' = N\left(f - \frac{2f}{m}\right)$, $f''' + a^{IV} = \frac{4N(m-1)f}{m(3m-1)}$.

Et la diſtance de l'œil au dernier verre $\theta = \frac{N(m^2-1)}{3m-1} \cdot \frac{f}{m^2}$.

Donc la longueur de la lunette, en y comprenant la diſtance de l'œil au dernier verre, $= \left(2 + N(m-2) + N.\frac{5m-4}{3m-1} - N.\frac{1}{m(3m-1)}\right).\frac{f}{m}$.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{1718'}{m+1}$.

Puiſque $a = \infty$, & que $\lambda = 1$, les rayons des ſurfaces du premier verre $b = \frac{f}{\delta}$, $c = \frac{f}{\gamma}$. Comme $f' = \infty$, & que $a' =$

$-\frac{mf}{m+1}$, les rayons des surfaces du second verre, $b' = -\frac{mf}{(m+1)(\gamma \pm \varepsilon\sqrt{(\lambda'-1)})}$, $c' = -\frac{mf}{(m+1)(\delta \pm \varepsilon\sqrt{(\lambda'-1)})}$. A cause de $a'' = -\infty$, & de $\lambda'' = 1$, les rayons des faces du troisieme verre, $b'' = \frac{f''}{\delta} = \frac{N\left(1-\frac{1}{m}\right)f}{\delta}$, $c'' = \frac{f''}{\gamma} = \frac{N\left(1-\frac{1}{m}\right)f}{\gamma}$. Le quatrieme verre devant être également convexe des deux côtés, on trouve en égalant les expressions des rayons de ses faces, que chacun d'eux est égal à $2(P-1)F'''$, F''' étant la distance focale de ce verre, dont on a la valeur. Le cinquieme verre devant aussi être également convexe des deux côtés, le rayon de chacune de ses faces sera de même égal à $2(P-1)F^{IV}$, F^{IV} étant la distance focale de ce verre, dont on a aussi la valeur.

Quant au demi-diametre de l'ouverture des verres, on a pour le demi-diametre de celle du premier, $k = my = \frac{m}{50}$, en prenant $y = \frac{1}{50}$, ainsi qu'on l'a déjà fait. Le second & le troisieme verres auront la même ouverture. On prendra le demi-diametre de l'ouverture de chacun des deux autres égal au quart de leurs distances focales, ou bien encore, au quart des rayons de leurs surfaces.

130. Pour pouvoir passer aux applications, il ne s'agit plus que de savoir quelle valeur on pourra supposer à l'indéterminée N. Comme la longueur de la lunette en dépend, il semble qu'il y aurait bien de l'avantage à lui en assigner une petite. Mais il en résulterait un inconvénient très-considérable, c'est que les derniers verres, & particulierement l'oculaire, seraient extrêmement petits; si l'on veut éviter cet inconvénient, il faut donc se garder de prendre N trop petite. Or on l'évite très-bien, sans rendre la lunette trop longue, en supposant $N = 2$. Nous supposerons donc $N = 2$. On a maintenant tout ce qu'il faut pour le calcul de ces lunettes. Quoique ce calcul ne soit ni long ni pénible, on peut l'abréger considérablement en cherchant

chant les dimenſions d'une lunette qui groſſit médiocrement, par exemple, 25 fois, enſuite celles d'une lunette dont le groſſiſſement ſerait infini, & déduiſant de la comparaiſon de ces deux cas, par une eſpece d'interpolation, les dimenſions générales d'une lunette dont le groſſiſſement ſerait compris entre ces deux là.

131. Soit donc $m = 25$. On trouvera $\lambda''' = 14{,}8699$, & $H''' = -1{,}84615$, $L''' = -0{,}648658$. On a de plus $\lambda = 1$, $\lambda'' = 1$, $\lambda^{IV} = 1{,}6299$. Subſtituant dans l'équation $\lambda' = \left(1 + \frac{1}{m}\right)\lambda + \frac{\lambda''}{N^3} -$ &c., on trouve $\lambda' = 1{,}20571$. Ainſi, on a $\epsilon \surd(\lambda' - 1) = 0{,}41051$, ϵ étant $= 0{,}90513$, dans le verre commun. Voici actuellement les dimenſions des verres, de leurs ouvertures, de leurs intervalles, &c.

Le rayon de la face antérieure du premier verre $= 0{,}6145\,f$, celui de la face poſtérieure $= 5{,}24164\,f$. Le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{25}{50}$ de pouce ou $\frac{1}{2}$ pouce. La diſtance de ce verre au ſecond $= 0{,}04\,f$.

Le rayon de la face antérieure du ſecond $= -1{,}599128\,f$, & celui de la face poſtérieure $= -0{,}790155\,f$. La diſtance de ce verre au troiſieme $= 0{,}04\,f$.

Le rayon de la face antérieure du troiſieme verre $= 1{,}1798\,f$, le rayon de la face poſtérieure $= 10{,}064\,f$. La diſtance de ce verre au quatrieme $= 2\,f - \frac{4f}{25} = 1{,}84\,f$.

Le rayon de chacune des ſurfaces du quatrieme verre $= 4{,}06154 \cdot \frac{f}{m}$. Le demi-diametre de ſon ouverture $= 1{,}01538 \cdot \frac{f}{m}$. Sa diſtance au cinquieme $= 2{,}5946 \cdot \frac{f}{m}$.

Le rayon de chacune des faces de ce cinquieme verre $= 1{,}42703 \cdot \frac{f}{m}$. Le demi-diametre de ſon ouverture $= 0{,}35676 \cdot \frac{f}{m}$. La diſtance de l'œil à ce verre $= 0{,}6746 \cdot \frac{f}{m}$.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{1718'}{26} = 66'$.

132. Paſſons à la ſuppoſition de $m = \infty$. On aura $\frac{1}{m} = 0$,

$\lambda''' = 16{,}74$, $\lambda' = 1{,}125$, $\varepsilon\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}319998$.
Et on aura les dimenſions ſuivantes.

Le rayon de la face antérieure du premier verre $= 0{,}6145f$, celui de la face poſtérieure $= 5{,}24164\,f$. Le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{m}{50}$ pouce. La diſtance de ce verre au ſuivant $= \frac{f}{m}$.

Le rayon de la face antérieure du ſecond verre $= -1{,}957797f$, celui de la face poſtérieure $= -0{,}764874\,f$. La diſtance de ce verre au troiſieme $= \frac{f}{m}$.

Le rayon de la face antérieure du troiſieme verre $= 1{,}229f$, celui de la face poſtérieure $= 10{,}48328\,f$. Sa diſtance au quatrieme verre $= 2f - \frac{4f}{m}$.

Le rayon de chaque face du quatrieme verre $= 4{,}4 \cdot \frac{f}{m}$. Sa diſtance au cinquieme $= 2{,}66667 \cdot \frac{f}{m}$.

Le rayon de chaque face du cinquieme verre $= 1{,}466667 \cdot \frac{f}{m}$. La diſtance de l'œil à ce verre $= \frac{2}{3} \cdot \frac{f}{m}$.

Pour ſavoir quelle valeur on pourra donner à f, on remarquera qu'on peut prendre le quart du rayon de la ſurface antérieure $0{,}6145\,f$ du premier verre, pour le demi-diametre de l'ouverture, en conſidérant les trois premiers verres comme formant un objectif compoſé, dont le rayon de la ſurface antérieure du premier verre eſt le plus petit des rayons des ſurfaces de tous ces verres ; ainſi, le quart de ce rayon étant à peu-près $\frac{3}{20}f$, on n'aura qu'à l'égaler à $k = \frac{m}{50}$, & on en déduira $f = \frac{2}{15}\,m$.

133. Suppoſons actuellement un groſſiſſement quelconque m. Le rayon de la ſurface antérieure du premier verre eſt toujours $= 0{,}6145\,f = 0{,}08193\,m$ pouces, en mettant, à la place de f, ſa valeur $\frac{2m}{15}$; le rayon de la ſurface poſtérieure $= 5{,}24164\,f = 0{,}69888\,m$ pouces. Le demi-diametre de l'ou-

verture $= \frac{m}{50}$ pouces. La distance de ce verre au suivant $\frac{f}{m} = \frac{2}{15}$ de pouces.

Pour ce second verre, supposons que le rayon de sa surface antérieure soit $= -\left(1{,}957797 + \frac{p}{m}\right) f$, & le rayon de la surface postérieure $= -\left(0{,}764874 + \frac{p'}{m}\right) f$; comme ces rayons seront ceux d'une lunette qui grossit 25 fois, si on suppose $m = 25$ dans ces deux valeurs, il est évident qu'il y aura alors égalité entre ces valeurs & les valeurs trouvées ci-dessus des rayons du même verre pour le cas de $m = 25$. Ainsi, on aura les deux égalités $1{,}957797 + \frac{p}{25} = 1{,}599128$, $0{,}764874 + \frac{p'}{25} = 0{,}790155$, au moyen desquelles on déterminera p & p'. On trouvera $p = -8{,}966725$, & $p' = 0{,}632025$. Ainsi le rayon de la surface antérieure du verre dont il s'agit, $= \left(-1{,}957797 + \frac{8{,}966725}{m}\right) f = -0{,}2610396\, m + 1{,}195563$ pouces, en substituant la valeur de f, & le rayon de la surface postérieure $= \left(-0{,}764874 - \frac{0{,}632025}{m}\right) f = -0{,}1019832\, m - 0{,}08427$ pouces. La distance de ce verre au troisieme $= \frac{f}{m} = \frac{2}{15}$ de pouces.

Le rayon de la surface antérieure du troisieme verre $= 1{,}229\left(1 - \frac{1}{m}\right) f = 0{,}163867\, m - 0{,}163867$ pouces; le rayon de la surface postérieure $= 10{,}48328\left(1 - \frac{1}{m}\right) f = 1{,}39777\, m - 1{,}39777$ pouces. La distance de ce verre au quatrieme $= 2f - \frac{4f}{m} = \frac{4}{15} m - \frac{8}{15}$ pouces.

En se conduisant pour le quatrieme verre comme on a fait pour le second, on trouvera que le rayon de chacune des faces de ce verre $= \left(4{,}4 - \frac{8{,}4617}{m}\right) \frac{f}{m} = 0{,}58667 - \frac{1{,}1282}{m}$ pouces; & que la distance de ce verre au cinquieme $= \left(2{,}66667 - \frac{1{,}80}{m}\right) \frac{f}{m} = 0{,}35554 - \frac{0{,}24}{m}$ pouces.

Enfin, on trouve le rayon de chacune des faces du cinquieme verre $= \left(1{,}46666 - \frac{0{,}9908}{m}\right)\frac{f}{m} = 0{,}195555 - \frac{0{,}1321}{m}$ pouces. La distance de l'œil à ce verre $= \left(0{,}6666 + \frac{0{,}2}{m}\right)\frac{f}{m} = 0{,}08888 + \frac{0{,}02666}{m}$ pouces.

La longueur entiere de la lunette $= \frac{4}{15}m + 0{,}17776 - \frac{0{,}21334}{m}$ pouces. Ainsi, la longueur d'une lunette qui grossirait cent fois, n'est que de 26,84 de pouces. Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{1718'}{m+1}$ ou même $\frac{1718'}{m}$, à cause que les premiers verres contribuent un peu à son augmentation. Ainsi, dans le cas de $m = 100$, $\varphi = 17'\,10''$.

134. Comme la lunette reçoit beaucoup de rayons différens de ceux qui viennent de l'objet, & que ces rayons peuvent nuire à la vision, il faut, pour les intercepter, placer un diaphragme d'une grandeur convenable, à l'endroit où se forme l'image, c'est-à-dire, précisément au milieu de l'intervalle qui sépare les deux derniers verres. Le trou dont il doit être percé, doit être égal à la grandeur de cette image dont le demi-diametre $= LL'L''L'''a\varphi = L'L''L'''f\varphi$ (à cause de $f = La$) $= NL'''f\varphi = -2N.\frac{m-1}{3m-1}.f\varphi$. Le demi-diametre de ce trou doit donc être $= -2N.\frac{m-1}{3m-1}.f\varphi$.

135. Ces lunettes réunissent tant d'avantages, qu'on ne peut guere se flatter d'en pouvoir construire qui leur soient supérieures, qu'en employant différentes especes de verres. Car non-seulement elles ne donnent point de couleurs & elles sont exemptes de la confusion due à la sphéricité des verres, mais elles ont encore un champ double de celui des lunettes simples & elles sont très-courtes. Ce qui mérite encore d'être remarqué, c'est que dans l'exécution on peut varier un peu les intervalles entre les trois premiers verres, avantage très-considérable; car si par quelque légere erreur commise dans l'exécution, ces verres ne peuvent être placés exactement à la distance, l'un de l'autre, qui a été assignée, il peut arriver qu'en changeant un

peu cette distance, ils produisent un très-bon effet. Il sera toujours bon cependant de construire le verre concave plusieurs fois en suivant les mêmes mesures, parce que comme il se rencontre toujours quelque différence, on pourra choisir celui qui paraîtra le meilleur.

136. Comme il est possible qu'on trouve l'oculaire trop petit, on n'aura qu'à augmenter la mesure dans laquelle les dimensions de la lunette sont exprimées; on pourra, par exemple, prendre un pouce & demi, au lieu d'un pouce. En augmentant ainsi la mesure, l'oculaire acquerera des dimensions plus fortes, & deviendra par conséquent plus facile à construire. On gagnera aussi du côté de la clarté.

137. Ajoutons maintenant un sixieme verre à ces lunettes, afin d'augmenter le champ apparent. Elles y gagneront encore, en ce que les derniers verres auront plus de foyer.

Puisqu'on a six verres, $m = \frac{ff'f''f'''f^{iv}}{a'a''a'''a^{iv}a^{v}}$. Les trois premieres fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$ & la cinquieme $\frac{f^{iv}}{a^{v}}$ sont négatives; la quatrieme $\frac{f'''}{a^{iv}}$ est positive, puisqu'il n'y a qu'une image réelle, & qu'elle tombe entre le quatrieme & le cinquieme verre. Pour les deux premieres on a déjà $\frac{f}{a'} = -1 - \omega$, & $\frac{f'}{a''} = -1$. Pour les dernieres, soient $\frac{f''}{a'''} = -n''$, $\frac{f'''}{a^{iv}} = n'''$, $\frac{f^{iv}}{a^{v}} = -n^{iv}$. Et alors $m = (1+\omega)\, n''n'''n^{iv}$.

On aura les élémens suivans : $a' = -\frac{f}{1+\omega}$, $f' = \infty$, $a'' = -\infty$, $f'' = \frac{Nf}{1+\omega}$, $a''' = -\frac{Nf}{n''}$, $f''' = -\frac{NL'''f}{n''}$, $a^{iv} = -\frac{NL'''f}{n''n'''}$, $f^{iv} = -\frac{NL'''L^{iv}f}{n''n'''}$, $a^{v} = -\frac{f^{iv}}{n^{iv}} = \frac{NL'''L^{iv}f}{n''n'''n^{iv}}$.

Les distances focales $F = f$, $F' = -1\,(1-\omega)f$, $F'' = \frac{Nf}{1+\omega}$, $F''' = -\frac{NH'''f}{n''}$, $F^{iv} = -\frac{NL'''H^{iv}f}{n''n'''}$, $F^{v} = a^{v}$.

Les intervalles $f + a' = \omega f$, $f' + a'' = \omega f$, $f'' + a''' = Nf.\frac{n''-1}{n''}$, $f''' + a^{iv} = -\frac{NL'''f}{n''}.\frac{n''+1}{n'''}$, $f^{iv} + a^{v} = \frac{NL'''L^{iv}f}{n''n'''}.\frac{1-n^{iv}}{n^{iv}}$. Les valeurs de ces intervalles devant être po-

ſitives, il faut que n'' ſoit plus grand que l'unité, que L''' ſoit négatif, & que $L^{IV}(n^{IV}-1)$ ſoit une quantité poſitive.

Il faut actuellement déterminer les lettres π, π', π'', &c. Pour les deux premieres, on a déjà $\frac{\pi}{\varphi} = -\omega$, & $\frac{\pi'}{\varphi} = -\frac{2\omega}{N}$. Les autres ſe déterminent au moyen des formules $\frac{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \varphi}{\varphi} = \frac{L' L'' H''' F}{F'''} = \frac{Nf}{a'''} = -n''$, $\frac{H^{IV} \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L' L'' L''' H^{IV} F}{F^{IV}} = \frac{N L''' f}{a^{IV}} = -n'' n'''$, & $\varphi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi''' + \pi^{IV}}{m+1}$, deſquelles on tirera, en négligeant $\frac{\pi}{\varphi}$ & $\frac{\pi'}{\varphi}$ comme extrêmement petits, $\frac{\pi''}{\varphi} = \frac{1-n''}{H'''}$, $\frac{\pi'''}{\varphi} = \frac{\pi''}{H^{IV}\varphi} - \frac{1+n''n'''}{H^{IV}}$, & $\frac{\pi^{IV}}{\varphi} = \frac{\pi'''}{\varphi} - \frac{\pi''}{\varphi} + m + 1$.

Le demi-diametre du champ apparent φ, ſera le plus grand poſſible, ſi l'on prend $\pi'' = \frac{1}{4}$, $-\pi''' = \frac{1}{4}$, $\pi^{IV} = \frac{1}{4}$; il deviendra alors $\varphi = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{m+1}$. Subſtituant cette valeur de φ dans l'expreſſion du lieu de l'œil $\theta = \frac{\pi^{IV} F^{IV}}{m\varphi}$, on aura $\theta = \frac{m+1}{3} \cdot \frac{N L''' L^{IV} f}{n'' n''' n^{IV} m}$. Pour que cette diſtance ſoit poſitive, il faut que L^{IV} ſoit négative, puiſque L''' doit l'être; d'où il ſuit que n^{IV} doit être plus petite que l'unité. Subſtituant auſſi la valeur de φ dans les deux équations $\frac{\pi''}{\varphi} = \frac{1-n''}{H'''}$, $\frac{\pi'''}{\varphi} = \frac{\pi''}{H^{IV}\varphi} - \frac{1+n''n'''}{H^{IV}}$, on en déduira $H''' = -\frac{3(n''-1)}{m+1}$ & $H^{IV} = \frac{3n''n''' - m + 2}{m+1}$, & par conſéquent $L''' = -\frac{3(n''-1)}{3n''+m-2}$ & $L^{IV} = \frac{3n''n''' - m + 2}{2m - 3n''n''' - 1}$; en ſorte que non-ſeulement L''' eſt négative, ainſi que cela doit être, mais encore L^{IV}, à cauſe que $m < n'' n'''$, ce qui eſt évident, puiſque $m = n'' n''' n^{IV}$, & que $n^{IV} < 1$.

L'équation pour la deſtruction des couleurs eſt, en omettant les deux premiers termes qui ſont extrêmement petits, $\frac{\pi''}{\varphi} \cdot \frac{a'''}{L' L'' F} + \frac{\pi'''}{\varphi} \cdot \frac{a^{IV}}{L' L'' L''' F} + \frac{\pi^{IV}}{\varphi} \cdot \frac{F^{IV}}{L' L'' L''' L^{IV} F} = 0$; elle devient, à cauſe de $\pi'' = -\pi''' = \pi^{IV}$ & de $L' L'' = N$, $\frac{a'''}{NF} - \frac{a^{IV}}{N L''' F} + \frac{F^{IV}}{N L''' L^{IV} F} = 0$; & parce que $F = f$, $\frac{a'''}{Nf} = -\frac{1}{n''}$,

$\frac{a^{IV}}{N L^{III} f} = -\frac{1}{n^{II} n^{III}}$, $\frac{a^{V}}{N L^{III} L^{IV} F} = \frac{1}{n^{II} n^{III} n^{IV}}$, elle se change dans la suivante, $-1 + \frac{1}{n^{III}} + \frac{1}{n^{III} n^{IV}} = 0$, d'où l'on tire $n^{III} = \frac{n^{IV}+1}{n^{IV}}$ où n^{IV} doit être < 1. Puis donc que $n^{III} n^{IV} = 1 + n^{IV}$, on aura $m = (1 + n^{IV}) n^{II}$, & par conséquent $n^{II} = \frac{m}{1+n^{IV}}$.

Enfin, l'équation pour l'anéantissement de la confusion due à l'ouverture des verres, est $\lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda^{II}}{N^3(1+\omega)} + \frac{F^{III}}{L'^4 L^{II 4} H^{III 2} F}\left(\frac{\lambda^{III}}{H^{III 2}} + \frac{\nu}{L^{III}}\right) + \frac{F^{IV}}{L'^4 L^{II 4} L^{III 4} H^{IV 2} F}\left(\frac{\lambda^{IV}}{H^{IV 2}} + \frac{\nu}{L^{IV}}\right) + \frac{\lambda^{V}}{L'^3 L^{II 3} L^{III 3} L^{IV 3} m} = 0$, ou, à cause que $L' L^{II} = N$, $\frac{F^{III}}{F} = -\frac{N H^{III}}{n^{II}}$, $\frac{F^{IV}}{F} = -\frac{N L^{III} H^{IV}}{n^{II} n^{III}}$, $\lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda^{II}}{N^3(1+\omega)} - \frac{1}{N^3 H^{III} n^{II}}\left(\frac{\lambda^{III}}{H^{III}} + \frac{\nu}{L^{III}}\right) - \frac{1}{N^3 L^{III 3} H^{IV} n^{II} n^{III}}\left(\frac{\lambda^{IV}}{H^{IV 2}} + \frac{\nu}{L^{IV}}\right) + \frac{\lambda^{V}}{N^3 L^{III 3} L^{IV 3} m} = 0$, équation qui donnera la valeur de λ'.

Entre les diverses suppositions qu'on peut faire pour l'indéterminée n^{IV}, celle de $n^{IV} = \frac{3}{4}$ nous a paru une des plus favorables. Alors on aura $n^{III} = \frac{7}{3}$, $n^{II} = \frac{4m}{7}$, & par conséquent $n^{II} n^{III} = \frac{4m}{3}$. On aura donc $H^{III} = -\frac{3(4m-7)}{7(m+1)}$, $L^{III} = -\frac{3(4m-7)}{19m-14}$, $H^{IV} = \frac{3m+2}{m+1}$, $L^{IV} = -\frac{3m+2}{2m+1}$. Ainsi, en supposant toujours $\omega = \frac{1}{m}$, on aura les élémens suivans : $a' = -\frac{mf}{m+1}$, $f' = \infty$, $a^{II} = -\infty$, $f^{II} = N(1-\frac{1}{m})f$, $a^{III} = -\frac{7Nf}{4m}$, $f^{III} = \frac{21N(4m-7)f}{4m(19m-14)}$, $a^{IV} = \frac{9N(4m-7)f}{4m(19m-14)}$, $f^{IV} = -\frac{9N(4m-7)(3m+2)f}{4m(19m-14)(2m+1)}$, $a^{V} = \frac{3N(4m-7)(3m+2)f}{m(19m-14)(2m+1)}$.

Les distances focales $F = f$, $F' = -1(1-\frac{1}{m})f$, $F^{II} = N(1-\frac{1}{m})f$, $F^{III} = \frac{3N(4m-7)f}{4m(m+1)}$, $F^{IV} = \frac{9N(4m-7)(3m+2)f}{4m(19m-14)(m+1)}$, $F^{V} = \frac{3N(4m-7)(3m+2)f}{m(19m-14)(2m+1)}$.

Les intervalles des verres $f + a' = \frac{f}{m}$, $f' + a'' = \frac{f}{m}$, $f'' + a''' = N(1 - \frac{11}{4m})f$, $f''' + a^{iv} = \frac{15N(4m-7)}{2(19m-14)} \cdot \frac{f}{m}$, $f^{iv} + a^{v} = \frac{3N(4m-7)(3m+2)}{4(19m-14)(2m+1)} \cdot \frac{f}{m}$.

Et la distance de l'œil au dernier verre,

$\theta = \frac{N(m+1)(4m-7)(3m+2)}{(19m-14)(2m+1)} \cdot \frac{f}{m^2}$.

Pour trouver λ', au moyen de l'équation pour la destruction de la confusion due à l'ouverture des verres, on fera, comme ci-dessus, $\lambda = 1$ & $\lambda'' = 1$; & comme les trois derniers verres doivent être également convexes des deux côtés, parce qu'ils doivent avoir la plus grande ouverture possible, on aura pour le dernier, $\lambda^{v} = 1{,}6299$, &, pour les deux autres, $\sqrt{(\lambda''' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon} \cdot \frac{f''' - a'''}{f''' + a'''} = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon} \cdot \frac{-31m+35}{7(m+1)}$, & par conséquent $\lambda''' = 1 + 0{,}6299 \cdot \left(\frac{-31m+35}{7(m+1)}\right)^2$; $\sqrt{(\lambda^{iv} - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon} \cdot \frac{f^{iv} - a^{iv}}{f^{iv} + a^{iv}} = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon} \cdot \frac{5m+3}{m+1}$, d'où l'on tire $\lambda^{iv} = 1 + 0{,}6299 \cdot \left(\frac{5m+3}{m+1}\right)^2$. Et l'équation qui donnera λ', est $\lambda' = (1 + \frac{1}{m})\lambda + \frac{\lambda''}{N^3} - \frac{7\lambda'''}{4N^3 H'''^3 m} - \frac{7\nu}{4N^3 H''' L''' m} - \frac{3\lambda^{iv}}{4N^3 L'''^3 H^{iv3} m} - \frac{3\nu}{4N^3 L'''^3 H^{iv} L^{iv} m} + \frac{\lambda^{v}}{N^3 L'''^3 L^{iv3} m}$.

Quant aux rayons des surfaces des cinq premiers verres, leurs expressions sont absolument les mêmes que précédemment, & le rayon de chacune des surfaces du sixieme, est égal à $2(P - 1)F^{v}$, F^{v} étant la distance focale de ce verre.

138. Passons actuellement aux applications, & faisons, comme ci-dessus, les suppositions de $m = 25$ & de $m = \infty$, afin d'en conclure les dimensions d'une lunette à six verres, pour un grossissement quelconque.

Soit donc $m = 25$. On trouvera $\lambda''' = 11{,}41344$, & $\lambda^{iv} = 16{,}2667$. On a de plus, $\lambda = 1$, $\lambda'' = 1$, $\lambda^{v} = 1{,}6299$, & $H''' = -\frac{279}{182}$, $L''' = -\frac{279}{461}$, $H^{iv} = \frac{77}{26}$, $L^{iv} = -\frac{77}{51}$. Faisant les substitutions dans l'équation pour λ', on trouve, en supposant encore $N = 2$, $\lambda' = 1{,}20131$. On aura donc, $\varepsilon\sqrt{(\lambda' - 1)} =$

$= 0,4061$. $\gamma + \varepsilon\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,59688$, $\delta - \varepsilon\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,2213$. Les dimenſions des verres, celles de leurs ouvertures, &c., ſeront donc :

Le rayon de la ſurface antérieure du premier verre $= 0,6145\,f$; celui de la ſurface poſtérieure $= 5,24164\,f$. Le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{25}{50}$ de pouce ou $\frac{1}{2}$ pouce. La diſtance de ce verre au ſecond $= 0,04\,f$.

Le rayon de la ſurface antérieure du ſecond verre $= -1,61094\,f$; celui de la ſurface poſtérieure $= -0,787289\,f$. La diſtance de ce verre au troiſieme $= 0,04\,f$.

Le rayon de la ſurface antérieure du troiſieme verre $= 1,1798\,f$; celui de la ſurface poſtérieure $= 10,06394\,f$. La diſtance de ce verre au quatrieme $= 1,78\,f$.

Le rayon de chacune des faces du quatrieme verre $= 5,90192\,\frac{f}{m}$. Le demi-diametre de ſon ouverture $= 1,47548\,\frac{f}{m}$. Sa diſtance au cinquieme $= 3,026 \cdot \frac{f}{m}$.

Le rayon de chacune des faces du cinquieme verre $= 2,957374 \cdot \frac{f}{m}$. Le demi-diametre de ſon ouverture $= 0,739343 \cdot \frac{f}{m}$. Sa diſtance au ſixieme verre $= 0,45687 \cdot \frac{f}{m}$.

Le rayon de chacune des faces du ſixieme verre $= 2,010236 \cdot \frac{f}{m}$.

Le demi-diametre de l'ouverture $= 0,502559 \cdot \frac{f}{m}$.

La diſtance de l'œil à ce verre $= 0,633528 \cdot \frac{f}{m}$.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{257'}{26} = 99'$.

139. Soit $m = \infty$; on aura $\frac{1}{m} = 0$, $\lambda''' = 1 + 0,6299 \cdot \frac{31^2}{7^2} = 13,35375$, $\lambda^{IV} = 1 + 0,6299 \cdot 25^2 = 16.74$, & $\lambda' = 1,125$. On aura donc les dimenſions ſuivantes.

Le rayon de la face antérieure du premier verre $= 0,6145\,f$; celui de la face poſtérieure $= 5,24164\,f$. Le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{m}{50}$ pouces. La diſtance de ce verre au ſecond $= \frac{f}{m}$.

Le rayon de la face antérieure du ſecond verre $= -1{,}957797f$; celui de la face poſtérieure $= -0{,}764874f$. La diſtance de ce verre au troiſieme $= \frac{f}{m}$.

Le rayon de la face antérieure du troiſieme verre $= 1{,}229f$; celui de la face poſtérieure $= 10{,}48328f$. Sa diſtance au quatrieme $= 2f - \frac{11}{2m}f$.

Le rayon de chacune des ſurfaces du quatrieme verre $= 6{,}6 \cdot \frac{f}{m}$. La diſtance de ce verre au cinquieme $= 3{,}15789 \cdot \frac{f}{m}$.

Le rayon de chacune des ſurfaces du cinquieme verre $= 3{,}12631 \cdot \frac{f}{m}$. La diſtance de ce verre au ſixieme $= 0{,}47368 \cdot \frac{f}{m}$.

Le rayon de chaque ſurface du ſixieme verre $= 2{,}08421 \cdot \frac{f}{m}$.

La diſtance de l'œil à ce verre $= 0{,}631579 \cdot \frac{f}{m}$.

140. Suppoſons actuellement une amplification quelconque m. Le rayon de la ſurface antérieure du premier verre $= 0{,}6145f = 0{,}08193\,m$ pouces, en mettant, à la place de f, ſa valeur $\frac{2m}{15}$.

Le rayon de la ſurface poſtérieure $= 5{,}24164f = 0{,}69888\,m$ pouc.

Le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{m}{50}$ pouces. La diſtance de ce verre au ſuivant $= \frac{f}{m} = \frac{2}{15}$ de pouce.

Le rayon de la ſurface antérieure du ſecond verre $= (-1{,}957797 + \frac{8{,}6714}{m})f = -0{,}2610396\,m + 1{,}15619$ pouces; le rayon de la ſurface poſtérieure $= (-0{,}764874 - \frac{0{,}56}{m})f = -0{,}1019832\,m - 0{,}0747$ pouces. La diſtance de ce verre au troiſieme $= \frac{f}{m} = \frac{2}{15}$ de pouce.

Le rayon de la ſurface antérieure du troiſieme verre $= 1{,}229\,(1 - \frac{1}{m})f = 0{,}163867\,m - 0{,}163867$ pouces; le rayon de la ſurface poſtérieure $= 10{,}48328\,(1 - \frac{1}{m})f = 1{,}39777\,m - 1{,}39777$ pouces. La diſtance de ce verre au quatrieme $= 2f - \frac{11f}{2m} = \frac{4}{15}m - \frac{11}{15}$ de pouce.

Le rayon de chaque face du quatrieme verre $= (6{,}6 - \frac{14.45425}{m}) . \frac{f}{m} = 0{,}88 - \frac{1{,}92723}{m}$ pouces. La distance de ce verre au cinquieme $= (3{,}15789 - \frac{3{,}29725}{m}) . \frac{f}{m} = 0{,}421052 - \frac{0{,}43963}{m}$ pouces.

Le rayon de chacune des faces du cinquieme verre $= (3{,}12631 - \frac{4{,}2235}{m}) . \frac{f}{m} = 0{,}41684 - \frac{0{,}56313}{m}$ pouces. La distance de ce verre au sixieme $= (0{,}47368 - \frac{0{,}42025}{m}) . \frac{f}{m} = 0{,}063157 - \frac{0{,}05603}{m}$ pouces.

Le rayon de chacune des faces du sixieme verre $= (2{,}08421 - \frac{1.84925}{m}) . \frac{f}{m} = 0{,}27789 - \frac{0{,}24657}{m}$ pouces.

La distance de l'œil à ce verre $= (0{,}631579 + \frac{0{,}048725}{m}) . \frac{f}{m} = 0{,}08421 + \frac{0{,}006497}{m}$ pouces.

La longueur totale de la lunette $= \frac{4}{15} m + 0{,}101753 - \frac{0{,}48916}{m}$ pouces.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{257'}{m}$.

141. Le demi-diametre du diaphragme $= NL'''f\varphi = \frac{3N(4m-7)}{19m-14} f\varphi$. Et le diaphragme doit se placer entre le 4me. & le cinquieme verre, à une distance du quatrieme, égale aux $\frac{21}{30}$ de l'intervalle qui sépare ces deux verres. Comme l'oculaire est d'une grandeur raisonnable, rien n'oblige d'augmenter la mesure dans laquelle les dimensions de la lunette sont exprimées, ce qui ne peut se faire sans que la longueur de la lunette augmente.

142. Jusqu'à présent on a négligé l'autre partie de la confusion due à la diverse réfrangibilité de la lumiere, parce qu'on ne peut la détruire qu'en employant des verres d'espece différente, & que d'ailleurs son effet doit être peu sensible. Comme c'est cependant procurer aux lunettes un degré de perfection de plus, que de les délivrer de cette espece de confusion, nous ne pouvons nous dispenser de faire voir comment on y

parvient, en employant les deux eſpeces de verre qu'on connaît ſous les noms de *flintglaſs* & de *crownglaſs*. Nous ſuppoſerons d'abord la lunette compoſée d'un objectif ſimple de crownglaſs, comme les autres verres; enſuite nous ferons voir comment, en ſubſtituant à l'objectif ſimple, un des objectifs compoſés, décrits dans le dernier Chapitre de la premiere Partie, on délivre les lunettes de toute eſpece de confuſion.

143. Suppoſons d'abord que la lunette ne ſoit compoſée que de trois verres. Alors $m = -\frac{ff'}{a'a''}$. Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$; comme il y a une image réelle, quelqu'une des lettres n & n' doit être négative. On aura $m = -nn'$.

On aura donc les élémens ſuivans, $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L'a' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{f'}{n'} = \frac{L'f}{nn'} = -\frac{L'f}{m}$.

Les diſtances focales $F = f'$, $F' = H'a' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = H''a'' = a''$, parce que f'' étant $= \infty$, $L'' = \frac{f''}{a''} = \infty$, & par conſéquent $H'' = 1$.

Les intervalles des verres $f + a' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)f$, $f' + a'' = -L'\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)f$, leſquels doivent être poſitifs.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$. Pour le rendre le plus grand poſſible, ſuppoſons $\pi = \Psi$ & $\pi' = -\Psi$, Ψ repréſentant la plus grande valeur dont les lettres π ſont ſuſceptibles. On aura $\varphi = \frac{2\Psi}{m+1} = G\Psi$, en faiſant $\frac{2}{m+1} = G$. Si donc l'on prend $\Psi = \frac{1}{4}$, on aura en minutes, $\varphi = \frac{1718}{m+1}$.

L'équation pour la deſtruction des couleurs, eſt $\pi a' + \frac{\pi' a''}{L'} = 0$, ou $\frac{1}{n} + \frac{1}{nn'} = 0$, d'où l'on tire $n' = -1$, & $n = m$.

Les diſtances focales donnent $\frac{H'\pi - \varphi}{\varphi} = \frac{H'F}{F'} = -n$, & $\frac{H''\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L'H''F}{F''} = nn'$. La ſeconde donne, à cauſe de $H'' = 1$, $G = \frac{2}{m+1}$, ainſi qu'on l'a déjà. La premiere donne

$H' = (1-n)\,G = -\frac{2(m-1)}{m+1}$, d'où l'on a $L' = -\frac{2(m-1)}{3m-1}$.

Les distances focales seront donc $F = f$, $F' = \frac{2(m-1)f}{m(m+1)}$, $F'' = \frac{2(m-1)f}{m(3m-1)}$.

Les intervalles des verres $f + a' = (1 - \frac{1}{m})f$, $f' + a'' = \frac{4(m-1)f}{m(3m-1)}$.

La distance de l'œil au dernier verre $= \frac{m+1}{2m} F''$.

Le demi-diametre de la confusion due à la sphéricité des verres, est proportionnel à $\lambda + \frac{F'}{H'F}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu}{L'H'}\right) + \frac{F''\lambda''}{L'^3 F}$, ou à $\lambda - \frac{1}{n}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu}{L'H'}\right) - \frac{\lambda''}{L'^3 m}$, à cause que $\frac{F'}{H'F} = -\frac{1}{n}$, & que $\frac{F''}{F} = -\frac{L'}{m}$.

Faisant les deux derniers verres également convexes des deux côtés, parce qu'ils doivent avoir la plus grande ouverture possible, on aura, pour déterminer λ' & λ'', les équations $\nu(\lambda' - 1) = \frac{\delta - \gamma}{\varepsilon}(H' - \frac{1}{2})$, & $\nu(\lambda'' - 1) = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon}$.

Il s'agit présentement de substituer à l'objectif simple, un objectif composé, par exemple, le premier des deux objectifs à trois verres du cinquieme Chapitre de la premiere Partie. L'objectif que nous avons supposé étant simple, on peut le prendre pour celui qu'on imagine produire le même effet que l'objectif composé dont on a trouvé, à l'endroit cité, que l'ouverture était égale à celle de l'objectif composé, & la distance focale $F = 1{,}02312\,R$, ou $F = 0{,}25578\,m$, à cause que la distance focale R de l'objectif composé $= \frac{1}{4}m$. On a vu au même endroit, que Δ représentant la confusion due aux autres verres de la lunette, on a $\lambda 1 = 2{,}5022 - 0{,}08257\,\Delta$, ce qui détermine la forme du premier verre de l'objectif. Il ne s'agit donc plus que de calculer la quantité Δ, ou $-\frac{1}{n}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu}{L'H'}\right) - \frac{\lambda''}{L'^3 m}$ qu'elle représente.

144. Comme on ne peut déterminer pour tous les cas la valeur de $\lambda 1$, considérons un cas particulier. Supposons qu'on

demande les dimenſions d'une lunette qui groſſiſſe 50 fois. Puiſque $m = 50$, on aura $H' = -\frac{98}{51}$, & $L' = -\frac{98}{149}$; on trouvera $\lambda' = 15{,}01455$, & $\lambda'' = 1{,}6^{\cdot}024$, & la quantité $\Delta = 0{,}15135$. On aura donc, pour déterminer le premier verre de l'objectif, $\lambda 1 = 2{,}5022 - 0{,}08257 \cdot 0{,}15135 = 2{,}4897$, & par conſéquent, $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 1{,}22053$. D'où l'on voit que la confuſion due aux oculaires, introduit peu de changement dans la valeur de $\lambda 1$, & par conſéquent dans les dimenſions du premier verre de l'objectif; en ſorte qu'on peut ſuppoſer $\lambda 1 = 2{,}^{\cdot}022$, & par conſéquent prendre le rayon de la ſurface antérieure du premier verre de l'objectif $= 0{,}84662\ R$, & le rayon de la ſurface poſtérieure $= 0{,}32745\ R$.

145. Au reſte, ſi l'on voulait corriger la confuſion due aux deux derniers verres, quoique très-petite, il eſt évident qu'on n'aurait qu'à ſubſtituer la valeur 1,22053 de $\sqrt{(\lambda 1 - 1)}$, qu'on vient de trouver, dans les expreſſions $\frac{0{,}48154\ R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$ & $\frac{0{,}48154\ R}{0{,}24492 - \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$ des rayons des ſurfaces du premier verre de l'objectif, & l'on trouveroit que le rayon de la ſurface antérieure $= 0{,}839078\ R = 10{,}48847$, & que le rayon de la ſurface poſtérieure $= 0{,}328594\ R = 4{,}10742$.

146. Ces déterminations peuvent ſervir à aſſigner la valeur que doivent avoir les rayons des ſurfaces du premier verre de l'objectif, quel que ſoit le groſſiſſement, pour que la confuſion due à la ſphéricité des deux derniers verres de la lunette, ſoit corrigée, en ſorte qu'on ſoit diſpenſé de calculer $\lambda 1$ pour chaque cas particulier.

Suppoſons que, $0{,}84662\ R = 0{,}21165\ m$, & $0{,}32745\ R = 0{,}08186\ m$ étant les valeurs des rayons des faces du premier verre de l'objectif, lorſque la confuſion dont il s'agit n'eſt pas corrigée, g & h ſoient les corrections qu'il faut leur appliquer pour qu'elle le ſoit, en ſorte que le rayon de la ſurface antérieure de ce verre ſoit en effet $= 0{,}21165\ m + g$, & celui de la ſurface poſtérieure ſoit $= 0{,}08186\ m + h$; on n'aura qu'à faire $0{,}21165\ m + g = 10{,}48847$, & $0{,}08186\ m + h = 4{,}10742$, en mettant 50 à la place de m; on trouvera $g =$

$-$ 0,094, & $h =$ 0,0144. D'où l'on voit qu'on peut négliger, ſi l'on veut, les corrections qu'il faudrait appliquer aux rayons 0,21165 m & 0,08186 m des faces du premier verre de l'objectif, pour détruire la confuſion due à la ſphéricité des deux derniers verres de la lunette.

147. Voici maintenant les dimenſions générales de la lunette, quel que ſoit le groſſiſſement m, en employant l'objectif à trois verres dont il s'agit, dont la diſtance focale $= \frac{1}{4} m$, & le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{m}{50}$.

La diſtance focale du premier verre de l'objectif $=$ 0,4455 R $=$ 0,11137 m.

Le rayon de la ſurface antérieure de ce verre $=$ 0,21165 m $-$ 0,094.

Le rayon de ſa ſurface poſtérieure $=$ 0,08186 m $+$ 0,0144.

La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre, au milieu de l'épaiſſeur du ſecond verre de l'objectif $=$ 0,02265 $R =$ 0,00566 m.

La diſtance focale du ſecond verre de l'objectif, lequel eſt de flintglaſs & également concave des deux côtés $=-$ 0,27184 R $=-$ 0,06796 m.

Le rayon de chacune de ſes faces $=-$ 0,31532 $R =-$ 0,07883 m.

La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre, au milieu de l'épaiſſeur du troiſieme verre de l'objectif $=$ 0,00566 m.

La diſtance focale du troiſieme verre de l'objectif $=$ 0,4394 R $=$ 0,10985 m.

Le rayon de chacune de ſes faces $=$ 0,46576 $R =$ 0,11644 m.

Soit le nombre 0,25578 $= Q$, en ſorte que $f = Qm$.

La diſtance de l'objectif au premier des deux autres verres $= R + a' = \frac{1}{4} m - Q = \frac{1}{4} m -$ 0,25578.

La diſtance focale de ce premier verre $= \frac{2Q(m-1)}{m+1} =$, à peu près, $2Q - \frac{4Q}{m} =$ 0,51156 $- \frac{1,02312}{m}$.

Le rayon de chacune de ſes faces $= 1,06 \left(0,51156 - \frac{1,02312}{m}\right)$ $=$ 0,54225 $- \frac{1,0845}{m}$.

L'intervalle entre ce verre & le dernier $= \frac{4Q(m-1)}{3m-1} =$, à peu de choſe près, $\frac{4}{3}Q - \frac{8Q}{9m} = 0{,}34104 - \frac{0{,}22736}{m}$.

La diſtance focale du dernier verre $= \frac{2Q(m-1)}{3m-1} =$, à peu près, $\frac{2}{3}Q - \frac{4Q}{9m} = 0{,}17052 - \frac{0{,}11368}{m}$.

Le rayon de chacune de ſes faces $= 1{,}06\,(0{,}17052 - \frac{0{,}11368}{m}) = 0{,}18075 - \frac{0{,}1205}{m}$.

On donnera à chacun de ces deux verres, une ouverture égale à la moitié de ſa diſtance focale.

La diſtance de l'œil au dernier verre $= \frac{1}{3}Q + \frac{Q}{9m} = 0{,}08526 + \frac{0{,}02842}{m}$.

Le demi-diametre du champ apparent $= \frac{1718'}{m+1}$.

La longueur de la lunette $= 0{,}01132\,m + \frac{1}{4}m + \frac{2}{3}Q - \frac{7Q}{9m} = 0{,}26132\,m + 0{,}17052 - \frac{0{,}19894}{m}$.

148. On obſervera que l'exécution de ces lunettes exige d'autant plus de préciſion qu'elles groſſiſſent d'avantage. On ne peut même ſe diſſimuler que dans les grands groſſiſſemens, comme de deux ou trois cens fois, il ne ſoit aſſez difficile de réuſſir. Le premier verre de l'objectif ſur-tout, exige la plus grande préciſion, & encore, pour être ſûr du ſuccès, convient-il d'en conſtruire pluſieurs, non-ſeulement dans le même baſſin, mais même dans des baſſins tant ſoit peu différens, afin de choiſir celui qui fera le meilleur effet. On pourra encore prendre la précaution de renfermer les trois verres qui compoſent l'objectif, dans une boîte, telle que, par le moyen de quelques vis, on puiſſe varier les diſtances entre les trois verres. On fera alors l'eſſai de l'objectif, dans une chambre noire, en faiſant varier ces diſtances, juſqu'à ce que l'image qu'il donne, ſoit parfaitement diſtincte. On fixera le premier verre qui ſuit l'objectif à un quart de pouce du point de cette image ſitué dans l'axe de l'objectif, c'eſt-à-dire, de l'endroit où cette image paraîtra la plus diſtincte. Quant au dernier verre

verre ou à l'oculaire, il faut qu'il reſte mobile, afin que la lunette puiſſe ſervir pour toute eſpece de vue.

149. On peut au reſte augmenter la meſure dans laquelle ſont exprimées les dimenſions de la lunette. Si on va juſqu'à les doubler, les imperfections ſeront réduites à environ la huitieme partie. On pourra conſerver l'ouverture de l'objectif, moyennant quoi la grandeur des trois verres qui le compoſent demeurant la même, la difficulté de leur exécution ſera moindre. Le champ apparent dépendant uniquement de l'ouverture des deux derniers verres, cette augmentation des meſures n'y changera rien. Enfin l'oculaire, qui eſt fort petit, acquérera des dimenſions plus fortes, & deviendra par conſéquent plus facile à conſtruire.

150. Afin de rendre le champ plus conſidérable, ajoutons à la lunette un nouveau verre, c'eſt-à-dire, ſuppoſons-la compoſée de quatre verres, l'objectif étant d'abord un verre ſimple, comme les trois autres.

Puiſqu'alors on a quatre verres, $m = \frac{ff'f''}{a'a''a'''}$. Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$; comme il y a une image réelle, quelqu'une des lettres n, n', n'' doit être négative. On aura donc les élémens ſuivans : $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L'a' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{f'}{n'} = \frac{L'f}{nn'}$, $f'' = L''a'' = \frac{L'L''f}{nn'}$, $a''' = -\frac{f''}{n''} = -\frac{L'L''f}{nn'n''}$, $f''' = \infty$.

Les diſtances focales $F = f$, $F' = H'a' = -\frac{L'f}{n}$, $F'' = H''a'' = \frac{L'H''f}{nn'}$, $F''' = H'''a''' = a'''$.

Les intervalles des verres $f + a' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)f$, $f' + a'' = -\frac{L'f}{n}\left(1 - \frac{1}{n'}\right)$, $f'' + a''' = \frac{L'L''f}{nn'}\left(1 - \frac{1}{n''}\right)$, leſquels doivent être poſitifs.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{\pi - \pi' + \pi''}{m+1}$. Continuons de repréſenter par Ψ la plus grande valeur dont les lettres π ſont ſuſceptibles, & pour obtenir le plus de champ poſ-

ſible, ſoient $\pi = \Psi$, $\pi' = -\Psi$, $\pi'' = \Psi$; on aura $\varphi = \frac{3\Psi}{m+1}$, ou $\varphi = G\Psi$, en faiſant $\frac{3}{m+1} = G$. Si donc l'on prend $\Psi = \frac{1}{4}$, on aura en minutes, $\varphi = \frac{3 \cdot 3437'}{4(m+1)} = \frac{2578'}{m+1}$.

Les diſtances focales donnent $\frac{H'\pi - \varphi}{\varphi} = \frac{H'F}{f'} = \frac{f}{a'} = -n$, $\frac{H''\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L'H''F}{F''} = \frac{L'f}{a''} = nn'$, $\frac{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}{\varphi} = \frac{L'L''H'''F}{F''f'} = \frac{L'L''f}{a'''} = -nn'n''$. De la premiere de ces équations on tire $H' = (1-n)G$; de la ſeconde, $H'' = (1-nn')G - 1$; & de la troiſieme, $H''' = 1 = (1+m)G - 2$.

L'objectif & les trois autres verres étant ſuppoſés de la même eſpece, l'équation pour l'anéantiſſement des couleurs, eſt $\pi a' + \frac{\pi' a''}{L'} + \frac{\pi'' a'''}{L'L''} = 0$, ou $\frac{\pi}{n} - \frac{\pi'}{nn'} + \frac{\pi''}{nn'n''} = 0$, ou $1 + \frac{1}{n'} + \frac{1}{n'n''} = 0$. Comme une des lettres n, n', n'' doit être négative, ſoit $n' = -p$; on aura $1 - \frac{1}{p} - \frac{1}{pn''} = 0$, d'où l'on tire $n'' = \frac{1}{p-1}$, & par conſéquent, à cauſe que $nn'n'' = -m$, $n = \frac{m(p-1)}{p}$. Pour que n'' ſoit poſitif, ainſi que n, il faut que p ſoit plus grand que l'unité.

On aura donc $H' = \frac{3p - 3m(p-1)}{p(m+1)}$, & $H'' = \frac{2 + m(3p-4)}{m+1}$; & par conſéquent $L' = \frac{3p - 3m(p-1)}{m(4p-3) - 2p}$, $L'' = \frac{2 + m(3p-4)}{m(5-3p) - 1}$.

Les intervalles des verres $f + a' = \left(1 - \frac{p}{m(p-1)}\right) f$, $f' + a'' = -\frac{L'pf}{m(p-1)}\left(1 + \frac{1}{p}\right)$, $f' + a'' = -\frac{L'L''f}{m(p-1)}(2-p)$.

Le premier eſt certainement poſitif, puiſque p eſt plus grand que l'unité. Le ſecond le ſera auſſi, ſi L' eſt négatif, ce qui exige que p ſoit plus grand que $\frac{4}{3}$. Puiſque L' eſt négatif, il faut, pour que le troiſieme intervalle ſoit poſitif, que $L''(2-p)$ ſoit poſitif; d'où l'on voit que ſi p eſt plus petit que 2, L'' doit être poſitif, & qu'au contraire ſi p eſt plus grand que 2, L'' doit être négatif, ce qui arrive en effet. Mais la diſtance de l'œil à l'oculaire $\theta = \frac{L'L''f}{m^2 G}$ devant être poſitive, fait con-

naître que L'' doit être négatif, puisque L' l'est, en sorte que la supposition de p plus petit que 2 doit être rejettée ; p devant donc être plus grand que 2, sans cependant le surpasser de beaucoup, on pourra supposer $p = \frac{5}{2}$.

Ainsi on aura $n = \frac{3m}{5}$, $n' = -\frac{5}{2}$, $n'' = \frac{2}{3}$; $L' = \frac{3(5-3m)}{2(7m-5)}$, $H' = \frac{3(5-3m)}{5(m+1)}$, $L'' = -\frac{7m+4}{5m+2}$, $H'' = \frac{7m+4}{2(m+1)}$.

Ensuite $a' = -\frac{5f}{3m}$, $f' = \frac{5(3m-5)f}{2m(7m-5)}$, $a'' = \frac{(3m-5)f}{m(7m-5)}$, $f'' = -\frac{(3m-5)(7m+4)f}{m(7m-5)(5m+2)}$, $a''' = \frac{3(3m-5)(7m+4)f}{2m(7m-5)(5m+2)}$.

Les intervalles des verres $f + a' = \left(1 - \frac{5}{3m}\right)f$, $f' + a'' = \frac{7(3m-5)f}{2m(7m-5)}$, $f'' + a''' = \frac{(3m-5)(7m+4)f}{2m(7m-5)(5m+2)}$.

Les distances focales $F' = \frac{(3m-5)f}{m(m+1)}$, $F'' = \frac{(3m-5)(7m+4)f}{2m(m+1)(7m-5)}$, $F''' = a'''$.

Le demi-diametre de la confusion dûe à la sphéricité des verres, est proportionnel à $\lambda + \frac{F'}{H'F}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu}{H'L'}\right) + \frac{I''}{L'^4H''F}\left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu}{L''H''}\right) + \frac{I'''\lambda'''}{L'^4L''^4F}$, ou, à cause que $\frac{F'}{H'F} = -\frac{1}{n}$, $\frac{F''}{L'H''F} = \frac{1}{nn'}$, $\frac{I'''}{L'L''H'''F} = -\frac{1}{nn'n''} = \frac{1}{m}$, à $\lambda - \frac{1}{n}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu}{L'H'}\right) + \frac{1}{L'^3nn'}\left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu}{L''H''}\right) + \frac{\lambda'''}{L'^3L''^3m}$.

Faisant les trois derniers verres également convexes des deux côtés, parce qu'ils doivent avoir la plus grande ouverture possible, on aura, pour déterminer les nombres λ', λ'', λ''', les équations $\nu(\lambda' - 1) = \frac{\delta-\gamma}{\varepsilon}\left(H' - \frac{1}{2}\right)$, $\nu(\lambda'' - 1) = \frac{\delta-\gamma}{\varepsilon}\left(H'' - \frac{1}{2}\right)$, $\nu(\lambda''' - 1) = \frac{\delta-\gamma}{2\varepsilon}$.

Substituons maintenant l'objectif à trois verres, que nous avons employé ci-dessus, à la place de l'objectif simple que nous considérons pour le moment comme produisant le même effet. On a vu (93) que l'ouverture de cet objectif simple est égale à celle de l'objectif composé, & que sa distance focale $F = 1{,}02312\ R = 0{,}25578\ m$. Représentant toujours par Δ la confusion dûe aux autres verres, on a $\lambda\,1 = 2{,}5022 - 0{,}08257\,\Delta$,

ce qui détermine le premier verre de l'objectif composé. Il s'agit donc de calculer la quantité Δ, c'est-à-dire, la quantité $-\frac{1}{n}\left(\frac{\lambda'}{H'^3}+\frac{\nu}{L'H'}\right)+$ &c., qu'elle représente.

151. Comme on ne peut déterminer d'une maniere générale la valeur de $\lambda\,1$, considerons un cas particulier. Supposons qu'on demande les dimensions d'une lunette qui grossisse 50 fois, en sorte que $m = 50$. On trouve $n = 30$, $nn' = -75$, $H' = -\frac{29}{17}$, $L' = -\frac{29}{46}$, $H'' = \frac{59}{17}$, $L'' = -\frac{59}{42}$. Ainsi on trouvera $\lambda' = 12{,}6829$, $\lambda'' = 22{,}187$, $\lambda''' = 1{,}60024$, & la quantité $\Delta = 0{,}15023$. On aura donc $\lambda\,1 = 2{,}5022 - 0{,}08257 \cdot 0{,}15023 = 2{,}4898$, & par conséquent $\sqrt{(\lambda\,1 - 1)} = 1{,}22057$. Introduisant cette valeur dans les expressions $\frac{0{,}48154\,R}{1{,}79442-\sqrt{(\lambda\,1-1)}}$, & $\frac{0{,}48154\,R}{0{,}24492+\sqrt{(\lambda\,1-1)}}$ des rayons des surfaces du premier verre de l'objectif, on trouvera que le rayon de la surface antérieure $= 0{,}83914\,R = 10{,}48925$, & que le rayon de la surface postérieure $= 0{,}32858\,R = 4{,}10725$.

152. Comme la confusion produite par la sphéricité des trois derniers verres de la lunette, introduit peu de changement dans les dimensions du premier verre de l'objectif, on pourrait, comme dans les lunettes précédentes, se dispenser d'y avoir égard, & prendre le rayon de la surface antérieure de ce verre $= 0{,}84662\,R = 0{,}21165\,m$, & le rayon de la surface postérieure $= 0{,}32745\,R = 0{,}08186\,m$. Et, au cas qu'on désirât les corrections qu'il faut leur appliquer, quel que soit le grossissement, pour que la confusion dont il s'agit soit détruite, nommant g & h ces corrections, on n'aurait qu'à faire, comme ci-dessus, $0{,}21165\,m + g = 10{,}48925$, & $0{,}08186\,m + h = 4{,}10725$, en mettant 50 à la place de m; on trouverait $g = -0{,}093$, & $h = 0{,}0142$, corrections qui sont extrêmement petites & pourraient être négligées.

153. Voici présentement les dimensions générales de la lunette, quel que soit le grossissement m La distance focale de l'objectif étant $= \frac{1}{4}\,m$, & le demi-diametre de son ouverture $= \frac{m}{50}$.

La distance focale du premier verre de l'objectif $= 0,4455\ R = 0,11137\ m$.

Le rayon de la face antérieure de ce verre $= 0,21165\ m - 0,093$.

Celui de la face postérieure $= 0,08186\ m + 0,0142$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du suivant $= 0,02265\ R = 0,00566\ m$.

La distance focale du second verre de l'objectif, lequel est de flintglass, $= -0,27184\ R = -0,06796\ m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0,31532\ R = -0,07883\ m$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du troisieme $= 0,00566\ m$.

La distance focale du troisieme verre de l'objectif $= 0,4394\ R = 0,10985\ m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,46576\ R = 0,11644\ m$.

Soit fait, pour abréger, le nombre $0,25578 = Q$, en sorte que $f = Q\,m$.

L'intervalle entre l'objectif & le premier des trois autres verres $= \frac{1}{4}\ m - \frac{5}{3}\ Q = \frac{1}{4}\ m - 0,4263$.

La distance focale de ce verre $= 3\ Q - \frac{8\,Q}{m} = 0,7673 - \frac{2,046}{m}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,8133 - \frac{2,169}{m}$.

L'intervalle entre ce verre & le suivant $= \frac{3}{2}\ Q - \frac{10\,Q}{7\,m} = 0,3836 - \frac{0,365}{m}$.

La distance focale de ce second verre $= \frac{3}{2}\ Q - \frac{29\,Q}{14\,m} = 0,3836 - \frac{0.5298}{m}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,4067 - \frac{0,561}{m}$.

La distance de ce verre au dernier $= \frac{3}{10}\ Q - \frac{62\,Q}{175\,m} = 0,0767 - \frac{0,0906}{m}$.

La distance focale de ce dernier verre $= \frac{9}{10}\ Q - \frac{123\,Q}{175\,m} = 0,230 - \frac{0,1797}{m}$.

Le rayon de chacune de ſes faces $= 0{,}2439 - \frac{0{,}18}{m}$.

On fera le diametre de l'ouverture de chacun de ces trois derniers verres, égal à la moitié de ſa diſtance focale.

La diſtance de l'œil au dernier verre $= \frac{m+1}{3m} F''' = \frac{3}{10} Q + \frac{23 Q}{350 m} = 0{,}0767 + \frac{0{,}0168}{m}$.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{2578'}{m+1}$.

La longueur de la lunette $= 0{,}26132\, m + 0{,}1107 - \frac{0{,}4388}{m}$. (*a*)

(*a*) Suppoſant qu'ayant du verre de Veniſe ou du crownglaſs qui peſe 950 grains le pouce cube, & du flintglaſs qui peſe 1215 grains, on conſtruiſe les objectifs dont on trouve les dimenſions dans la ſeconde note du Chapitre V de la premiere Partie, cherchons quelles ſeront les dimenſions des lunettes de cette eſpece, ſi on leur applique un de ces objectifs, par exemple, le premier.

On aura toujours $F = 1{,}02312\, R = f$; donc, à cauſe que $R = \frac{m}{6{,}86} = 0{,}14577\, m$, $F = 0{,}14914\, m$. On trouvera (91) que $\frac{1}{B} = 0{,}39312$.

Pour avoir les rayons des ſurfaces du premier verre de l'objectif, dont le premier $= \frac{0{,}8102\, R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$, & le ſecond $= \frac{0{,}8102\, R}{0{,}24492 + \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$, on ſera obligé de calculer $\lambda 1$ pour chaque groſſiſſement particulier.

Si l'on ſuppoſe $m = 50$; la quantité Δ étant $= 015623$, on aura, à cauſe que $-A1 + A2 = 1{,}1472$ (ſeconde note du Ch. V.), $\lambda 1 = 1{,}1472 - 0{,}15023 \times 0{,}39312$, & par conſéquent $\lambda 1 = 1{,}08814$ & $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 0{,}29688$. Ainſi on aura le rayon de la ſurface antérieure du premier verre de l'objectif $= 0{,}54102\, R = 3{,}9432$, & le rayon de la ſurface poſtérieure $= 1{,}49538\, R = 10{,}8991$.

Si l'on ſuppoſe $m = 100$, on aura $n = 60$, $nn' = -150$, $L' = -\frac{177}{278}$, $H' = -\frac{177}{101}$, $L'' = -\frac{352}{251}$, $H'' = \frac{352}{101}$; & l'on trouvera $\lambda' = 13{,}1842$, $\lambda'' = 22{,}4$, $\lambda''' = 1{,}60024$, & la quantité qui eſt multipliée par $\frac{1}{B}$, $= 0{,}07254$.

On aura donc $\lambda 1 - 1{,}1472 + 0{,}07254 \times 0{,}39312 = 0$, & par conſéquent $\lambda 1 = 1{,}1187$ & $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 0{,}34452$. Ainſi on aura le rayon de la ſurface antérieure du premier verre de l'objectif $= 0{,}55878\, R = 8{,}14556$, & le rayon de la ſurface poſtérieure $= 1{,}37449\, R = 20{,}0364$.

La diſtance focale de ce verre $= 0{,}7495\, R = 0{,}10925\, m$.

La diſtance focale du ſecond verre de l'objectif, lequel eſt de flintglaſs & également concave des deux côtés, $= -0{,}4573\, R = -0{,}06666\, m$.

Le rayon de chacune de ſes faces $= -0{,}4847\, R = -0{,}0706\, m$.

La diſtance focale du troiſieme verre de l'objectif $= 0{,}5687\, R = 0{,}0829\, m$.

Le rayon de chacune de ſes faces $= 0{,}6028\, R = 0{,}08787\, m$.

154. Il y a exactement les mêmes obſervations à faire au ſujet de l'exécution de cette eſpece de lunettes, que ſur celle des précédentes. Lorſqu'on aura déterminé avec exactitude le foyer de l'objectif, on placera le verre qui ſuit l'objectif, entre l'objectif & ſon foyer, à 0,43 de ce foyer. Comme les deux derniers verres tiennent lieu d'un oculaire ſimple, on les fixera dans un tuyau particulier ſuſceptible de ſe mouvoir, afin que la lunette puiſſe ſervir pour toute eſpece de vue.

La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de chaque verre au milieu de l'épaiſſeur du ſuivant $= 0{,}0381\ R = 0{,}00555\ m$.
Le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif $= 0{,}02\ m$.
Soit, pour abréger, le nombre 0,14914 repréſenté par T, en ſorte que $f = T\,m$.
L'intervalle entre l'objectif & le premier des trois autres verres $= R + a' = R - \frac{5f}{3m} = 0{,}14577\ m - \frac{5}{3}T = 0{,}14577\ m - 0{,}24856$.

La diſtance focale de ce premier verre $= 3\ T - \frac{8T}{m} = 0{,}44742 - \frac{1{,}19312}{m}$.

Le rayon de chacune de ſes faces $= 0{,}47426 - \frac{1{,}2647}{m}$.

L'intervalle entre ce verre & le ſuivant $= \frac{3}{2}T - \frac{10T}{7m} = 0{,}22371 - \frac{0{,}21306}{m}$.

La diſtance focale de ce ſecond verre $= \frac{3}{2}T - \frac{29T}{14m} = 0{,}22371 - \frac{0{,}30893}{m}$.

Le rayon de chacune de ſes faces $= 0{,}23713 - \frac{0{,}32746}{m}$.

La diſtance de ce verre au dernier $= \frac{3}{10}T - \frac{62T}{175m} = 0{,}04474 - \frac{0{,}05284}{m}$.

La diſtance focale de ce dernier verre $= \frac{9}{10}T - \frac{123T}{175m} = 0{,}13422 - \frac{0{,}10482}{m}$.

Le rayon de chacune de ſes faces $= 0{,}14227 - \frac{0{,}1111}{m}$.

La diſtance de l'œil à ce verre $= \frac{3}{10}T + \frac{23T}{350m} = 0{,}04474 + \frac{0{,}0098}{m}$.

La longueur de la lunette $= 0{,}15687\ m + 0{,}06463 - \frac{0{,}2757}{m}$.

Toutes ces meſures ſont en pouces. Mais comme les deux derniers verres & particulierement le dernier, ſont très-petits, on ſera obligé d'augmenter cette meſure, & de la porter au moins à un pouce & demi.

Quand les deux eſpeces de verre qu'on employerait pour conſtruire l'objectif, n'auraient pas exactement les mêmes peſanteurs ſpécifiques que celles dont nous avons parlé, rien n'empêcherait, pourvu qu'elles en différaſſent peu, de conſtruire l'objectif d'après les dimenſions de ceux de la ſeconde note du Ch. V, premiere Partie.

CHAPITRE III.

Des Lunettes qui repréſentent les objets dans leur ſituation naturelle.

155. CEs Inſtrumens ſont de deux eſpeces. La premiere comprend toutes les lunettes dans leſquelles il n'y a point d'image réelle, & qui ſont les premieres connues. L'autre eſt compoſée de celles où il y a deux images réelles. Occupons nous d'abord des lunettes de la premiere eſpece. Dans ces lunettes, on ne peut détruire les couleurs, qu'en employant des verres d'eſpece différente, ainſi qu'il eſt facile de s'en aſſurer. Comme celles qui donnent des couleurs, ſont trop imparfaites, nous croyons ſuperflu de nous en occuper, & nous n'allons enſeigner que la conſtruction de celles dans leſquelles les couleurs ſont détruites.

156. Concevons d'abord la lunette compoſée de deux verres de même eſpece. Puiſqu'il n'y a point d'image réelle dans cette lunette, il y a néceſſairement une des deux parties de l'intervalle $f + a'$ entre les deux verres qui eſt négative, en ſorte que la fraction $\frac{f}{a'}$ eſt néceſſairement négative. On aura donc $m = -\frac{f}{a'}$, ainſi que l'exige la poſition dans laquelle on apperçoit l'objet; & comme m eſt toujours plus grande que l'unité, il faut que f ſoit plus grande que a'; donc, à cauſe que l'intervalle $f + a'$ doit être poſitif, il faut que f ſoit poſitive, & par conſéquent a' négative. Soient F, F' les diſtances focales des deux verres. On aura $F = f$, à cauſe de $a = \infty$, & $F' = a'$, à cauſe de $f' = \infty$. On aura donc $F' = -\frac{F}{m}$, & l'intervalle entre les verres $= \frac{m-1}{m} F$.

On a pour le lieu de l'œil $\theta = \frac{m-1}{m} F'$, en ſorte que la diſtance de l'œil à l'oculaire eſt négative. Il faudra donc appliquer

pliquer l'œil contre l'oculaire. Mais comme alors l'œil ne voit pas davantage que ſi l'ouverture de l'oculaire n'était que de la grandeur de la prunelle, il faudra ſuppoſer le demi-diametre de l'ouverture de l'oculaire égal au demi-diametre de la prunelle. De-là on déduit la valeur du demi-diametre φ du champ apparent; car, nommant ω le demi-diametre de la prunelle, on a $\omega = \pi F'$, & par conſéquent $\varphi = \frac{-\pi}{m-1} = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{F}$. Comme on a coutume de ſuppoſer $\omega = \frac{1}{20}$ de pouce, on ne peut prendre la diſtance focale de l'oculaire plus petite que $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$ de pouce au plus.

Les verres étant ſuppoſés de même eſpece, le demi-diametre de la confuſion dûe à la ſphéricité $= \frac{\mu m k^3}{4F^3}\left(\lambda - \frac{\lambda'}{m}\right)$. On obſervera pour le nombre λ' qui appartient à l'oculaire, que ce verre qui eſt concave, devant l'être également des deux côtés pour qu'il admette la plus grande ouverture poſſible, on aura $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon}$, & par conſéquent $\lambda' = 1{,}60024$, ce verre étant ſuppoſé de crownglaſs, de même que l'objectif.

Comme on ne peut délivrer la lunette des couleurs que donnent ces deux verres, il faut pour la délivrer au moins de celles que donne l'objectif, ſubſtituer à cet objectif, un objectif compoſé, par exemple, celui à trois verres que nous avons déjà employé. On peut conſidérer l'objectif ſimple comme produiſant le même effet que l'objectif compoſé. Son ouverture eſt égale à celle de l'objectif compoſé (93) & ſa diſtance focale $F = 1{,}02312\,R$, en ſorte que $F' = -1{,}02312\,\frac{R}{m}$. La diſtance focale de l'objectif compoſé étant $= R$, l'intervalle entre l'oculaire & lui eſt donc $= \left(1 - \frac{1{,}02312}{m}\right) R$. Pour déterminer le premier verre de cet objectif, on a l'équation $\lambda\,1 = 2{,}5022 - 0{,}08257\,\Delta$; or $\Delta = -\frac{\lambda'}{m} = -\frac{1{,}60024}{m}$; on aura donc $\lambda\,1 = 2{,}5022 + \frac{0{,}13228}{m}$. Donc $\lambda\,1 - 1 = 1{,}5022\left(1 + \frac{2'}{22{,}712\,m}\right)$ & $\sqrt{(\lambda\,1 - 1)} = 1{,}22564\left(1 + \frac{1}{22{,}712\,m}\right)$

$= 1,22564 + \frac{0,054}{m}$. Donc le rayon de la ſurface antérieure du premier verre de l'objectif compoſé $= \frac{0,48154\,R}{1,79442 - \sqrt{(\lambda 1 - 1)}} = \frac{0,48154\,R}{0,56878 - \frac{0,054}{m}} = 0,21165\ m + 0,02$, & celui de la ſurface poſtérieure $= \frac{0,48154\,R}{0,24492 + \sqrt{(\lambda 1 - 1)}} = \frac{0,48154\,R}{1,47056 + \frac{0,054}{m}} = 0,08186\ m -$ 0,003.

157. Voici maintenant la conſtruction générale de la lunette. On donnera à l'objectif une ouverture dont le demi-diametre $= \frac{m}{50}$, & on prendra la diſtance focale $= \frac{1}{4}\ m$.

La diſtance focale du premier verre de l'objectif $= 0,11137\,m$.
Le rayon de la face antérieure de ce verre $= 0,21165\,m + 0,02$.
Celui de la face poſtérieure $= 0,08186\,m - 0,003$.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre, au milieu de l'épaiſſeur du ſecond $= 0,00566\,m$.
La diſtance focale du ſecond verre lequel eſt de flintglaſs, $= -0,06796\,m$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= -0,07883\,m$.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre, au milieu de l'épaiſſeur du troiſieme $= 0,00566\,m$.
La diſtance focale de ce troiſieme verre $= 0,10985\,m$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= 0,11644\,m$.
La diſtance de ce verre à l'oculaire $= 0,250\,m - 0,25578$.
La diſtance focale de l'oculaire $= -0,2558$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= -0,271$.
Le demi-diametre de ſon ouverture $= 0,068$.
Comme le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{1,02312\,R}$, ſi l'on ſuppoſe $\omega = \frac{1}{20}$ de pouce, on aura $\varphi = \frac{67^{2\prime}}{m-1}$. (*b*)

(*b*) On pourrait donner à cette lunette le premier des deux objectifs compoſés de verre de Veniſe & de flintglaſs, qu'on a introduit dans les dernieres lunettes du chapitre précédent.

On aura toujours la diſtance focale de l'oculaire $F' = -1,02312 \cdot \frac{R}{m}$, & l'inter-

158. Comme, en général, l'effet des lunettes dépend de l'exactitude avec laquelle on ſuit, dans l'exécution, les dimenſions trouvées par le calcul, on pourra, pour plus de ſûreté, augmenter la meſure dans laquelle ces dimenſions ſont exprimées, prendre, par exemple, pour meſure, un pouce & demi, deux pouces, au lieu d'un, ce qui réduira preſqu'à rien la confuſion qui peut réſulter de la petite différence entre les

---

valle entre l'objectif & l'oculaire, $= \left(1 - \frac{1,02312}{m}\right) R$. Mais comme la diſtance focale R de l'objectif $= \frac{m}{6,86}$, la diſtance focale de l'oculaire & la diſtance de l'objectif à l'oculaire ſeront beaucoup plus petites. Quant à l'ouverture de l'objectif, le demi-diametre de cette ouverture ſera toujours $= \frac{m}{50}$.

Comme $\frac{1}{B} = 0,39312$, & $\Delta = -\frac{1,60024}{m}$, on a, pour déterminer le premier verre de l'objectif, l'équation $\lambda 1 = 1,1472 + \frac{0,6291}{m}$, d'où l'on tire $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = \sqrt{(0,1472 + \frac{0,6291}{m})}$. Pour avoir les rayons des ſurfaces du premier verre de l'objectif, on ſera obligé de calculer, pour chaque groſſiſſement m, la valeur de $\sqrt{(\lambda 1 - 1)}$. L'introduiſant enſuite dans les expreſſions de ces rayons $\frac{0,8102\,R}{1,79442 - \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$, & $\frac{0,8102\,R}{0,24492 + \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$, on aura les valeurs de ces rayons dont le premier appartient à la ſurface antérieure, & le ſecond à la ſurface poſtérieure.

Si $m = 10$, $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 0,45839$; & le premier rayon $= 0,884$, & le ſecond $= 1,6791$.

Si $m = 20$, $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 0,42267$; & le premier rayon $= 1,7218$, & le ſecond $= 3,5378$.

La diſtance focale de ce premier verre $= 0,10925\ m$.

La diſtance focale du ſecond verre de l'objectif, lequel eſt de flintglaſs, $= -0,06666\ m$.

Le rayon de chacune de ſes faces $= -0,08\ m$.

La diſtance focale du troiſieme verre de l'objectif $= 0,0829\ m$.

Le rayon de chacune de ſes faces $= 0,08787\ m$.

La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de chacun de ces trois verres, au milieu de l'épaiſſeur du ſuivant, $= 0,00555\ m$.

La diſtance de l'objectif à l'oculaire $= 0,14577\ m - 0,14914$.

La diſtance focale de l'oculaire $= -0,14914$.

Le rayon de chacune de ſes faces $= -0,1158$.

Le demi-diametre de ſon ouverture $= 0,0395$

Le demi-diametre du champ apparent $= \frac{1152'}{m-1}$.

Ainſi, en employant l'objectif dont il s'agit, le champ apparent eſt très-conſidé-

dimenſions que l'exécution donne, & celles du calcul. On pourra ſe diſpenſer de changer rien à l'ouverture de l'objectif. Au reſte, on ne doit pas ſe diſſimuler qu'en augmentant les meſures, on diminue à proportion le champ apparent.

159. Au lieu de conſidérer d'abord la lunette compoſée de deux verres, & de ſubſtituer enſuite un objectif compoſé à la place de l'objectif ſimple, on peut la ſuppoſer, dès le commencement, compoſée de trois verres formant l'objectif, dont celui du milieu ſoit de flintglaſs, & d'un quatrieme qui ſoit l'oculaire.

Puiſqu'on ſuppoſe maintenant quatre verres, on a $m = -\frac{ff'f''}{a'a''a'''}$.

Les trois fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$ devant être négatives, ſoit fait $\frac{f}{a'} = -p$, $\frac{f'}{a''} = -p'$; on aura donc les élémens ſuivans, $a' = -\frac{f}{p}$, $f' = -\frac{L'f}{p}$, $a'' = \frac{L'f}{pp'}$, $f'' = \frac{L'L''f}{pp'}$, $a''' = -\frac{L'L''f}{m}$.

Donc les intervalles des verres $f + a' = f(1 - \frac{1}{p})$, $f' + a'' = L'f(\frac{1}{pp'} - \frac{1}{p})$, $f'' + a''' = L'L''f(\frac{1}{pp'} - \frac{1}{m})$.

Les diſtances focales $F = f$, $F' = H'a' = -\frac{H'f}{p}$, $F'' = H''a'' = \frac{L'H''f}{pp'}$, $F''' = a'''$.

Suppoſons que les deux 1ers. verres ſoient tels que les rayons en ſor-

---

rablement augmenté. Il eſt vrai que, l'oculaire étant très-petit, on ſera obligé, pour qu'il ait des dimenſions plus fortes, d'augmenter la meſure de celles de la lunette, & au lieu d'un pouce, de prendre un pouce & demi, ce qui ~~toutefois~~ ne pourra ſe faire ſans que le champ apparent ſouffre de la diminution.

Les lunettes deſtinées pour le ſpectacle demandant plus de lumiere, on pourrait, pour celles-là, prendre le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif, $= \frac{m}{40}$. Alors faiſant $0{,}1372\ R = \frac{m}{40}$, on trouveroit $R = \frac{m}{5{,}488}$. Il ne s'agiroit plus que d'introduire cette valeur de R, dans les rayons des ſurfaces des verres de la lunette, dans les diſtances focales, &c.

tent paralleles, on aura $f' = \infty$, & par conſéquent $L' = \frac{f'}{a'} = \infty$, $H' = 1$. Comme l'intervalle $f' + a''$ doit être fini, il faut qu'à cauſe de $f' = \infty$, a'' ſoit $= -\infty$; d'où p' devient $= 1$.

Soit cet intervalle $= \omega f$, on aura $L' f \left(\frac{1}{pp'} - \frac{1}{p} \right) = \omega f$; d'où l'on tire $p' = \frac{L'}{L' + \omega p}$, qui devient $p' = 1$, en ſuppoſant $L' = \infty$. Il eſt ſuperflu de dire qu'on n'employera que la valeur $\frac{L'}{L' + \omega p}$ de p'.

Comme $a'' = \infty$, & que f'' eſt une quantité finie, on aura $L'' = \frac{f''}{a''} = 0$, & par conſéquent $H'' = \frac{L''}{L'' + 1} = 0$. Mais le produit $L' L''$ doit être fini. Soit donc $L' L'' = N$ qu'on ſuppoſe fini ; on aura $L'' = \frac{N}{L'}$, & $H'' = \frac{N}{L' + N}$.

Ainſi les intervalles des verres, $f + a' = f \cdot \frac{p-1}{p}$, $f' + a'' = \omega f$, $f'' + a''' = \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{m} \right) Nf = \frac{m-p}{pm} Nf$.

Et les diſtances focales $F = f$, $F' = -\frac{f}{p}$, $F'' = \frac{Nf}{pp'}$, $F''' = -\frac{Nf}{m}$.

Les diſtances focales donnent $H' \pi - \varphi = -p\varphi$, $H'' \pi' - \pi + \varphi = pp'\varphi$, & $\pi'' - \pi' + \pi - \varphi = -m\varphi$, à cauſe de $H''' = 1$.

La premiere équation donne, à cauſe de $H' = 1$, $\pi = (1 - p)\varphi$. Pour que π contribue à augmenter le champ apparent, il faut que ſa valeur ſoit négative ; ainſi il faut que $p > 1$.

Subſtituant dans la ſeconde équation les valeurs de H'', de p' & de π, elle deviendra $\frac{N\pi'}{L' + N} = -\frac{\omega p^2 \varphi}{L' + \omega p}$, d'où l'on tire, à cauſe de $L' = \infty$, $\pi' = -\frac{\omega p^2}{N} \varphi$.

Comme il faut prendre $p > 1$, il faut que $f > 0$ pour que l'intervalle entre le premier & le ſecond verre ait une valeur poſitive. Puiſque f doit être > 0, il faut auſſi que $\omega > 0$, afin que la valeur de l'intervalle entre le ſecond & le troiſieme verre ſoit poſitive. Puiſque $p > 1$, $f > 0$ & $\omega > 0$, la valeur de π' ſera négative, ſi $N > 0$.

Subſtituant dans la troiſieme équation les valeurs de π & π', on aura $\pi'' = -(m-p+\frac{\omega p^2}{N})\varphi$, d'où l'on tirera, en prenant $\pi'' = -\frac{1}{4}$, le demi-diametre φ du champ apparent $= \frac{859'}{m-p}$, en négligeant le terme $\frac{\omega p^2}{N}$, qui ne peut être qu'extrêmement petit, pourvu qu'on ait ſoin de prendre le plus petit qu'il eſt poſſible l'intervalle entre le ſecond & le troiſieme verre.

L'équation pour la deſtruction des couleurs eſt, en faiſant $\frac{dP}{P-1} = M$, $\frac{dP'}{P'-1} = M'$, $M(Np\pi'' - \pi'' - \pi') - M'(N\pi'' - \pi) = 0$; ou, en ſubſtituant les valeurs de π, π', π'', $-M(Np(m-p) + \omega p^3 + m - p) + M'(N(m-p) + \omega p^2 - p + 1) = 0$, équation qui donnera $N = \frac{-M(m-p)-M'(p-1)}{(m-p)(Mp-M')}$, ou $(m-p)N = \frac{-M(m-p)-M'(p-1)}{Mp-M'}$, parce que ω devant être priſe la plus petite qu'il eſt poſſible, & n'étant pas néceſſaire de ſatisfaire rigoureuſement à cette équation, on peut négliger les termes affectés de ω.

La quantité $(m-p)N$ devant être poſitive, afin que la valeur de l'intervalle entre le troiſieme & le quatrieme verre ſoit poſitif, il faut que $M' > Mp$, condition qui conduira à déterminer p. Ainſi, comme le ſecond verre étant de flintglaſs, & les autres de crownglaſs, on a $M' = 10$ & $M = 7$, il faut que $7p < 10$, & par conſéquent $p < \frac{10}{7}$, en ſorte que la valeur de p eſt contenue entre les limites 1 & $\frac{10}{7}$. Comme la lunette ſera d'autant plus courte que N ſera plus petit, il faudra prendre p plus proche de l'unité que de $\frac{10}{7}$. On pourra ſuppoſer $p = \frac{8}{7}$; d'où l'on aura $N = \frac{49m-46}{2(7m-8)}$.

A cauſe de $L' = \infty$, $H' = 1$, $L'L'' = N$, &c., l'équation pour la deſtruction de la confuſion dûe à la ſphéricité des verres, ſera $\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{p} + \frac{m\lambda''}{pN^3} - \frac{\mu\lambda'''}{mN^3} = 0$, d'où l'on tire $\lambda' = \frac{\mu}{\mu'}(p\lambda + \frac{\lambda''}{N^3} - \frac{p\lambda'''}{mN^3})$; $\mu = 0{,}9875$, & $\mu' = 0{,}8724$.

Pour rendre la lunette la plus courte qu'il eſt poſſible, on fera également convexes des deux côtés le premier & le troiſieme verre, & le quatrieme également concave des deux côtés ; en ſorte que ces verres étant de crownglaſs, on a $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1{,}60006$; & le rayon de chaque face du premier verre $= 1{,}06f$; le rayon de chaque face du troiſieme $= 1{,}06\,\frac{Nf}{p}$; & le rayon de chaque face du quatrieme ou de l'oculaire, $= -1{,}06\,\frac{Nf}{m}$. A cauſe de $f' = \infty$, le rayon de la ſurface antérieure du ſecond verre $b' = \frac{a'}{\gamma' \pm \varepsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)}}$, le rayon de la ſurface poſtérieure $c' = \frac{a'}{\delta' \mp \varepsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)}}$. Comme ce verre eſt de flintglaſs, $\gamma' = 0{,}1413$, $\delta' = 1{,}5827$, $\varepsilon' = 0{,}8775$.

On pourra faire le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif, $k = \frac{1}{4} f$. Et comme la clarté demande qu'on prenne $k = \frac{m}{50}$, on aura $f = \frac{2}{25} m$.

160. Maintenant nous n'avons plus qu'à faire le calcul de ces lunettes pour quelques groſſiſſemens particuliers. Nous ferons remarquer que dans toutes, le rayon de chaque face du premier verre $= 1{,}06f$, f étant ſa diſtance focale ; que l'intervalle entre ce verre & le ſecond, $= 0{,}125\,f$; & que l'on doit toujours rendre le plus petit qu'il eſt poſſible l'intervalle entre le ſecond & le troiſieme verre ; en ſorte qu'on n'a plus à calculer que les dimenſions des trois autres verres & la diſtance du troiſieme au quatrieme.

Suppoſons qu'on demande les dimenſions d'une lunette qui groſſit cinq fois, c'eſt-à-dire, que $m = 5$. On aura $N = 3{,}6852$, $\lambda' = 2{,}0977$, & $\varepsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}91936$. Ainſi on aura le rayon de la face antérieure du ſecond verre $b' = \frac{a'}{0{,}1413 \pm 0{,}91936} = \frac{a'}{1{,}0608}$, & le rayon de la face poſtérieure $c' = \frac{a'}{1{,}5827 \mp 0{,}91936} = \frac{a'}{0{,}6633}$, en prenant les ſignes ſupérieurs ; ſubſtituant la valeur $-\frac{7}{8} f$ de a', on aura $b' = -0{,}8248f$, & $c' = -1{,}3192f$.

La distance focale de ce verre $= -0{,}875\,f.$
La distance focale du troisieme $= 3{,}22455\,f.$
Le rayon de chaque face du troisieme verre $= 3{,}418\,f.$
La distance de ce verre à l'oculaire $= 2{,}4876\,f.$
La distance focale de l'oculaire $= -0{,}737\,f.$
Le rayon de chacune des faces de l'oculaire $= -0{,}7812\,f.$
Le demi-diametre de son ouverture $= 0{,}1953\,f.$
La longueur de la lunette $= 2{,}6126\,f.$
Le demi-diametre du champ apparent $= 3° 43'.$

161. Au reste, on peut s'épargner la peine de calculer λ' pour chaque grossissement, & se procurer des formules générales qui donnent les dimensions de ces lunettes pour un grossissement quelconque, en cherchant les dimensions d'une lunette qui grossit médiocrement, par exemple dix fois, & celles d'une lunette dont le grossissement est infini, & déduisant de la comparaison de ces deux cas, la construction des lunettes dont le grossissement est compris entre ceux-là.

162. Soit donc $m = 10$, on trouvera $N = 3{,}5806$, $\lambda' = 2{,}1019$, $\varepsilon' \surd(\lambda' - 1) = 0{,}92132$.
La distance focale du second verre $= -0{,}875\,f.$ Cette distance focale est la même pour tous les grossissemens.
Le rayon de la face antérieure de ce verre $= -0{,}8234\,f.$
Le rayon de la face postérieure $= -1{,}323\,f.$
La distance focale du troisieme verre $= 3{,}133\,f.$
Le rayon de chacune des faces de ce verre $= 3{,}321\,f.$
Sa distance à l'oculaire $= 2{,}7751\,f.$
La distance focale de l'oculaire $= -0{,}35806\,f.$
Le rayon de chacune des faces de ce verre $= -0{,}3796\,f.$
Le demi-diametre du champ apparent $= 1° 34'.$
La longueur de la lunette $= 2{,}9001\,f.$

163. Soit $m = \infty$; on trouve alors $N = 3{,}5$, $\lambda' = 2{,}112$, $\varepsilon' \surd(\lambda' - 1) = 2{,}9253\,f.$
Ainsi le rayon de la face antérieure du second verre $= -0{,}8205\,f.$
Le rayon de la surface postérieure $= -1{,}3309\,f.$
La distance focale du troisieme verre $= 3{,}0625\,f.$
Le rayon de chaque face du troisieme verre $= 3{,}2462\,f.$

L'intervalle

L'intervalle entre ce verre & l'oculaire $= \left(3{,}0625 - \frac{3{,}5}{m} \right) f$.

La distance focale de l'oculaire $= -\frac{3{,}5f}{m}$.

Le rayon de chaque face de l'oculaire $= -3{,}710\ \frac{f}{m}$.

La longueur de la lunette $= \left(3{,}1875 - \frac{3{,}5}{m} \right) f$.

164. Cherchons maintenant les dimensions de la lunette, pour un grossissement quelconque. Ayant trouvé dans le cas de $m = \infty$, $N = 3{,}5$; soit en général $N = 3{,}5 + \frac{d}{m}$. Comme dans le cas de $m = 10$, on a trouvé $N = 3{,}5806$, on trouvera $d = 0{,}806$; par conséquent $N = 3{,}5 + \frac{0{,}806}{m}$. Pour le second verre, soit le rayon de la face antérieure $= -\left(0{,}8205 + \frac{g}{m} \right) f$, & le rayon de la face postérieure $= -\left(1{,}3309 + \frac{h}{m} \right) f$; comparant avec les valeurs de ces rayons dans le cas de $m = 10$, on trouvera $g = 0{,}029$, & $h = -0{,}079$.

Ainsi, le rayon de la face antérieure du second verre $= -\left(0{,}8205 + \frac{0{,}029}{m} \right) f$.

Le rayon de la face postérieure $= -\left(1{,}3309 - \frac{0{,}079}{m} \right) f$.

La distance focale du troisieme verre $= \left(3{,}0625 + \frac{0{,}70525}{m} \right) f$.

Le rayon de chaque face du troisieme verre $= \left(3{,}2462 + \frac{0{,}7476}{m} \right) f$.

L'intervalle entre ce troisieme verre & l'oculaire $= \left(3{,}0625 - \frac{2{,}7948}{m} - \frac{0{,}806}{m^2} \right) f$.

La distance focale de l'oculaire $= -\left(3{,}5 + \frac{0{,}806}{m} \right) \frac{f}{m}$.

Le rayon de chacune des faces de l'oculaire $= -\left(3{,}71 + \frac{0{,}854}{m} \right) \frac{f}{m}$.

Le demi-diametre de l'ouverture de ce verre égal au quart du rayon.

La longueur de la lunette $= \left(3{,}1875 - \frac{2{,}7948}{m} - \frac{0{,}806}{m^2} \right) f.$

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{859'}{m - \frac{8}{7}}$.

165. Comme ce que le champ apparent gagne à la ſuppoſition de $p > 1$, eſt peu conſidérable, ſi on en veut faire le ſacrifice, en prenant $p = 1$, la lunette en deviendra plus courte. Il eſt vrai que l'intervalle entre le premier & le ſecond verre devient nul, en ſorte que ces deux verres ſe touchent; mais on peut les diſpoſer de maniere qu'ils ne ſe touchent pas, & ſoient ſeulement infiniment proches l'un de l'autre: ce qu'on doit entendre également du ſecond & du troiſieme verre.

Suppoſons donc $p = 1$, auquel cas le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{859'}{m - 1}$; on aura $N = \frac{M}{M' - M} = \frac{7}{3}$. Ainſi l'intervalle entre le troiſieme & le quatrieme verre $f'' + a''' = \frac{7(m-1)}{3m} f$. On trouvera $\lambda' = 1{,}9536 - \frac{0{,}1425}{m}$; d'où l'on aura les rayons des faces du ſecond verre, dont le premier $b' = \frac{-f}{\gamma' \pm \varepsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)}}$, & le ſecond $c' = \frac{-f}{\delta' \mp \varepsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)}}$, f' étant $= \infty$, & $a' = -f$. Pour avoir la valeur de ces rayons pour un groſſiſſement quelconque, cherchons-la dans le cas de $m = 10$, & de $m = \infty$.

166. Soit donc $m = 10$, on trouvera $\lambda' = 1{,}93937$ & $\varepsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}85048$. Ainſi le rayon de la face antérieure du ſecond verre $= \frac{-f}{0{,}1414 \pm 0{,}85048} = -1{,}0082\, f$, & celui de la face poſtérieure $= \frac{-f}{1{,}5827 \mp 0{,}85048} = -1{,}3657\, f$, en prenant les ſignes ſupérieurs.

167. Soit $m = \infty$; on aura alors $\lambda' = 1{,}9536$ & $\varepsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}8569$, d'où l'on aura le rayon de la face antérieure du ſecond verre $= -1{,}0017\, f$, & le rayon de la face poſtérieure $= -1{,}3778\, f$.

168. Suppoſons donc, pour un groſſiſſement quelconque m, le rayon de la face antérieure du ſecond verre $= -\left(1{,}0017 + \frac{h}{m}\right) f$, & celui de la face poſtérieure $= -\left(1{,}3778 + \frac{h'}{m}\right) f$;

on concluera du groſſiſſement $m = 10$, $h = 0{,}065$, & $h' = -0{,}121$; en ſorte que, pour un groſſiſſement quelconque m, le rayon de la face antérieure du ſecond verre $= -\left(1{,}0017 + \frac{0{,}065}{m}\right) f$, & le rayon de la face poſtérieure $= -\left(1{,}3778 - \frac{0{,}121}{m}\right) f$.

On aura donc les dimenſions ſuivantes, f étant $= 0{,}08\ m$.
La diſtance focale du premier verre $F = f = 0{,}08\ m$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= 1{,}06\ F = 0{,}0848\ m$.
La diſtance focale du ſecond (de flintglaſs) $F' = -f = -0{,}08\ m$
Le rayon de la face antérieure de ce ſecond verre $= -0{,}08014\ m - 0{,}0052$.
Le rayon de la face poſtérieure $= -0{,}110224\ m + 0{,}0097$.
La diſtance focale du troiſieme verre $F'' = Nf = 2{,}3333\ f = 0{,}18666\ m$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= 1{,}06\ F'' = 0{,}19786\ m$.
La diſtance à l'oculaire $= 0{,}187\ (m - 1)$.
La diſtance focale de l'oculaire $= -0{,}18666$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= -0{,}19786$.
Le demi-diametre de ſon ouverture égal au quart du rayon.
Le demi-diametre du champ apparent $= \frac{859'}{m-1}$. (*c*)

Il eſt preſque ſuperflu de dire que toutes ces dimenſions ſont en pouces & parties de pouce.

169. Les lunettes de cette eſpece ayant peu de champ, leur uſage

---

(*c*) Si pour avoir plus de lumiere, on faiſait $k = \frac{1}{4} f = \frac{m}{40}$, en ſorte que $f = \frac{1}{10} m$; on aurait alors les dimenſions ſuivantes.
La diſtance focale du premier verre $= 0{,}1\ m$
Le rayon de chacune de ſes faces $= 0{,}106\ m$.
La diſtance focale du ſecond $= -0{,}1\ m$.
Le rayon de ſa face antérieure $= -0{,}10017\ m - 0{,}0065$.
Le rayon de la face poſtérieure $= -0{,}13778\ m + 0{,}0121$.
La diſtance focale du troiſieme verre $= 0{,}23333\ m$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= 0{,}24733\ m$.
Sa diſtance à l'oculaire $= 0{,}233\ (m - 1)$.
La diſtance focale de l'oculaire $= -0{,}23333$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= -0{,}24733$.

eſt néceſſairement borné à de petits groſſiſſemens ; & lorſqu'on en veut de plus conſidérables, on eſt forcé d'avoir recours à celles dans leſquelles il y a deux images réelles. Voyons comment on en détermine les dimenſions. Nous allons commencer par celles dans leſquelles la premiere image tombe entre l'objectif & le verre qui le ſuit, & la ſeconde entre le troiſieme & le quatrieme, & où les rayons ſortent paralleles du ſecond verre.

Puiſqu'on a quatre verres, on a $m = -\frac{ff'f''}{a'a''a'''}$. Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$; n & n'' devant être négatives, ſoient $n = -p$, $n'' = -p'$; on aura $m = pp'n'$.

On aura donc les élémens ſuivans, $a' = \frac{f}{p}$, $f' = L'a' = \frac{L'f}{p}$, $a'' = -\frac{f'}{n'} = -\frac{L'f}{pn'}$, $f'' = L''a'' = -\frac{L'L''f}{pn'}$, $a''' = \frac{f''}{p'} = -\frac{L'L''f}{m}$; & par conſéquent les intervalles des verres $f + a' = f\left(1 + \frac{1}{p}\right)$, $f' + a'' = \frac{L'f}{p}\left(1 - \frac{1}{n'}\right)$, $f'' + a''' = -\frac{L'L''f}{pn'}\left(1 + \frac{1}{p'}\right)$.

Comme ces intervalles doivent être poſitifs, il faut, pour le premier, que f ſoit poſitive ; pour le ſecond, que $L'\left(1 - \frac{1}{n'}\right)$ le ſoit auſſi ; & pour le troiſieme, que $L'L''$ ſoit négatif.

Les diſtances focales ſont $F = f$, $F' = H'a'$, $F'' = H''a''$, $F''' = H'''a''' = a'''$.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1}$. Faiſons $\pi = -q\Psi$, $\pi' = q'\Psi$, $\pi'' = -\Psi$; on aura $\varphi = \frac{q+q'+1}{m-1}\Psi = G\Psi$, en faiſant $\frac{q+q'+1}{m-1} = G$.

Puiſque les rayons ſortent paralleles du ſecond verre, on a $L' = \infty$, & $L'' = 0$. Pour que l'intervalle entre le ſecond & le troiſieme verre, ait une valeur finie, conſidérons, pour le moment, L', non comme un nombre infini, mais ſeulement comme un nombre extrêmement grand, & conſéquemment L'' comme un nombre extrêmement petit, & leur produit $L'L''$ devant être négatif, ſuppoſons-le $= -N$. Soit la valeur finie de l'intervalle entre le ſecond & le troiſieme verre, $= hf$; on

aura donc $\frac{L'f}{p}\left(1 - \frac{1}{n'}\right) = hf$, d'où l'on déduit $n' = \frac{L'}{L' - ph} = 1 + \frac{ph}{L'}$, en ſorte que, dans la ſuppoſition actuelle, n' eſt un peu plus grande que l'unité, tandis qu'elle lui eſt effectivement égale.

De plus, on aura $H' = \frac{L'}{1+L'}$, $L'' = -\frac{N}{L'}$, & $H'' = -\frac{N}{L'-N} = -\frac{N}{L'}$. Donc les diſtances focales du ſecond & du troiſieme verres donnant $\frac{H'\pi - \varphi}{\varphi} = p$ & $\frac{H''\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = -pn'$, & par conſéquent $H'q = -(p+1)G$, & $H''q' = -(pn'+1)G - q$, on aura $q = -\frac{(p+1)G(1+L')}{L'}$, & $q' = \frac{(hp^2 - p - 1)G}{N}$; & maintenant il ſera permis de prendre $L' = \infty$, $H' = 1$, $L'' = H'' = 0$, en ſorte cependant que $L'L''$ ſoit $= -N$.

L'équation générale pour la deſtruction des couleurs eſt $\frac{\pi}{n} - \frac{\pi'}{nn'} + \frac{\pi''}{nn'n''} = 0$, laquelle, dans le cas préſent où $n' = 1$, devient $-\frac{q+q'}{p} + \frac{1}{pp'} = 0$, d'où l'on tire $p' = \frac{1}{q+q'}$. Mais on a $pp' = m$; donc on aura $q + q' = \frac{p}{m}$; donc $G = \frac{q+q'+1}{m-1} = \frac{m+p}{m(m-1)}$. Subſtituant, dans l'équation $q + q' = \frac{p}{m}$, à la place de q & q', leurs valeurs, & enſuite à la place de G la ſienne, on aura $N = \frac{(hp^2 - p - 1)(m+p)}{p^2 + 2mp + m}$.

Comme N doit être un nombre poſitif, il faut que h ſoit plus grand que $\frac{p+1}{p^2}$, & le ſoit aſſez pour que N ne ſoit pas trop petit. Puiſqu'on a $a' = \frac{f}{p}$, $f' = \infty$, $a'' = \infty$, $f'' = \frac{Nf}{p}$, $a''' = \frac{Nf}{m}$; les intervalles des verres $f + a' = \left(1 + \frac{1}{p}\right)f$, $f' + a'' = hf = \frac{(p+1)f}{p^2} + \frac{Nf\sqrt{2m(m-1)}}{2p^2}$, $f'' + a''' = Nf\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{m}\right)$; les diſtances focales $F = f$, $F' = \frac{f}{p}$, $F'' = f'' = \frac{Nf}{p}$, $F''' = a''' = \frac{Nf}{m}$; f étant déterminée par l'équation $f = qk\sqrt[3]{m\mu}\left(\lambda + \frac{\lambda'}{p} + \frac{\lambda''}{N^3p} + \frac{\lambda'''}{N^3m}\right)$.

Il eſt évident que, pour que f ne ſoit pas trop grande, il faut que p ſoit grand & que N ne ſoit pas trop au-deſſous de l'unité. Le champ apparent demande auſſi que p ſoit grand. Car le demi-diametre du champ apparent $\varphi = G\Psi = \frac{m+p}{m(m-1)}\Psi$; d'où l'on voit que le champ apparent eſt d'autant plus grand que p l'eſt davantage. Mais il faut bien obſerver qu'on ne peut prendre pour la lettre Ψ ſa plus grande valeur $\frac{1}{4}$, qu'autant que les lettres q & q' ne ſurpaſſent pas l'unité; en ſorte que ſi q ou q' ſurpaſſait l'unité, il faudrait prendre Ψ plus petite dans la même proportion. Il eſt donc très-avantageux d'avoir une valeur de p telle que $q' = 1$; or ſuppoſant $q' = 1$, on a $1 + q = \frac{p}{m}$, ou $pp + 2mp = m(m-2)$, & par conſéquent $p = -m + \sqrt{2m(m-1)}$, valeur qui donne $q' = 1$. On aura donc le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{\sqrt{2m(m-1)}}{m(m-1)}\Psi = \frac{2\Psi}{\sqrt{2m(m-1)}}$; & par conſéquent, en prenant $\Psi = \frac{1}{4}$, & multipliant par $3473'$, on aura $\varphi = \frac{1718'}{\sqrt{2m(m-1)}}$.

La diſtance de l'œil $= \frac{F'''}{mG} = \frac{F'''(m-1)}{m+p} = \frac{F'''(m-1)}{\sqrt{2m(m-1)}}$.

170. Comme les lunettes de cette eſpece ſont d'une longueur incommode, il faut voir s'il ne ſerait pas poſſible de les rendre plus courtes. Or, par ce qu'on a vu précédemment, on doit penſer qu'on y parviendra en ſubſtituant à l'objectif qui eſt ſimple, un objectif compoſé de deux ou trois verres. Suppoſons d'abord qu'on ne veuille employer que des verres de même eſpece, & qu'on forme l'objectif de deux verres très-voiſins l'un de l'autre, en ſorte que la lunette ſoit alors compoſée de cinq verres.

Puiſque l'objet eſt vu droit, m eſt poſitive; ainſi on a $m = \frac{ff'f''f'''}{a'a''a'''a^{IV}}$. Soit $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$, $\frac{f'''}{a^{IV}} = n'''$; on aura d'abord $m = nn'n''n'''$, enſuite $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L'a' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = \frac{f'}{n'} = -\frac{L'f}{nn'}$, $f'' = L''a'' = -\frac{L'L''f}{nn'} = -\infty$, $a''' = -\frac{f''}{n''} = \frac{L'L''f}{nn'n''} = \infty$, $f''' = L'''a''' = \frac{L'L''L'''f}{nn'n''}$, $a^{IV} = \frac{f'''}{n'''} = \frac{L'L''L'''f}{nn'n''n'''} = \frac{L'L''L'''f}{m}$.

Les distances focales $F = f$, $F' = H' a' = -\frac{H' f}{n}$, $F'' = a'' = -\frac{L' f}{n n'}$, $F''' = f''' = \frac{L' L'' L''' f}{n n' n''}$, $F^{IV} = a^{IV} = \frac{L' L'' L''' f}{m}$.

L'intervalle entre le premier verre & le second $f' + a' = \left(1 - \frac{1}{n}\right) f$. Comme cet intervalle doit être très-petit, n doit être très-peu différente de l'unité, afin que $1 - \frac{1}{n}$ soit une fraction très-petite; & comme cette fraction doit être négative lorsque f est négative, il faut alors que n soit plus petite que l'unité; & cette fraction devant être positive, lorsque f est positive, il faut qu'alors n soit plus grande que l'unité. Représentant cette fraction par ω, on aura $1 - \frac{1}{n} = \omega$, d'où l'on tire $n = \frac{1}{1-\omega}$.

L'intervalle entre le second & le troisieme verre, $f' + a'' = -\frac{L' f}{n}\left(1 + \frac{1}{n'}\right)$; d'où l'on voit que L' doit être négatif, si f est positive, & positif, si f est négative.

L'intervalle entre le troisieme & le quatrieme, $f'' + a''' = -\frac{L' L'' f}{n n'}\left(1 - \frac{1}{n''}\right) = rf$, en faisant $-\frac{L' L''}{n n'}\left(1 - \frac{1}{n''}\right) = r$. Il est évident que r doit être négatif lorsque f est négative, & positif lorsque f est positive. $L'' = -\infty$, à cause de $f'' = L'' a'' = -\infty$.

L'intervalle entre le quatrieme & le cinquieme verre, $f''' + a^{IV} = \frac{L' L'' L''' f}{n n' n''}\left(1 + \frac{1}{n'''}\right)$. Comme $f''' = L''' a'''$, & qu'ainsi $L''' = \frac{f'''}{a'''}$, il s'ensuit que $L''' = 0$, a''' étant $= \infty$. La quantité L'' étant infiniment grande, si l'on considére L''' comme étant infiniment petite, leur produit pourra former une quantité finie & de plus négative, à cause que L'' est négatif; on pourra donc supposer $L'' L''' = -N$, N étant une quantité finie & positive; & l'on aura $f''' + a^{IV} = -\frac{L' N f}{n n' n''}\left(1 + \frac{1}{n'''}\right)$. Il est évident que $L' f$ doit toujours être négatif.

Le demi-diametre du champ apparent $\phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m-1}$. Soit Ψ la plus grande valeur dont les lettres π, π', &c., sont susceptibles. Soit $-\pi = p\Psi$, $\pi' = q\Psi$, $-\pi'' = \Psi$, $\pi''' = \Psi$;

on aura $\varphi = \frac{p+q+2}{m-1} \Psi = G \Psi$, en faiſant $\frac{p+q+2}{m-1} = G$. La diſtance de l'œil au dernier verre $\theta = \frac{\pi''' F'^{IV}}{m\varphi} = -\frac{L' N f}{G m^2}$.

On a enſuite les formules ſuivantes : $\frac{H' \pi - \varphi}{\varphi} = \frac{H' F}{F'} = \frac{f}{a'} = -n$, d'où l'on tire $H' p = (n-1) G = \frac{\omega}{1-\omega} G$; ainſi p ſera une quantité très-petite ;

$\frac{H'' \pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L' H'' F}{F''} = \frac{L' f}{a''} = -nn'$ donne $H'' q = -(1 + nn') G - p$, obſervant que, comme $L'' = -\infty$, $H'' = \frac{L''}{L''+1} = 1 + \frac{1}{L''}$;

$\frac{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \varphi}{\varphi} = \frac{L' L'' H''' F}{F'''} = \frac{L' L'' f}{a'''} = nn'n''$, donne $H''' = -(1 + nn'n'') G - p - q$. On ſe ſouviendra qu'à cauſe de $L''' = -\frac{N}{L''}$, $H''' = \frac{L'''}{L'''+1} = \frac{-N}{L''-N} = -\frac{N}{L''}$.

Si l'on ſubſtitue $\frac{L''}{L''+1}$, à la place de H'', dans l'équation $H'' q = -(1 + nn') G - p$, on aura $q = -(1 + nn') G \left(1 + \frac{1}{L''}\right) - p \left(1 + \frac{1}{L''}\right)$. Subſtituant cette valeur de q, avec la valeur $1 - \frac{r nn'}{L' L''}$ de n'', déduite de la ſuppoſition de $-\frac{L' L''}{nn'} \left(1 - \frac{1}{L''}\right) = r$, dans l'équation $-\frac{N}{L''} = -(1 + nn'n'') G - p - q$, on aura $-N = \frac{r n^2 n'^2 G}{L'} + (1 + nn') G + p$, d'où l'on tire $r = -\frac{(1+nn') L'}{n^2 n'^2} - \frac{L' N}{n^2 n'^2 G} - \frac{L' p}{n^2 n'^2 G}$, valeur dans laquelle on peut négliger ſans crainte le dernier terme.

L'équation pour la deſtruction des couleurs eſt $\frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{\pi' a''}{L' \varphi F} + \frac{\pi'' a'''}{L' L'' \varphi F} + \frac{\pi'''}{m\varphi} = 0$, laquelle, à cauſe que $F = f$, $\frac{a'}{f} = -\frac{1}{n}$, $\frac{a''}{L' f} = -\frac{1}{nn'}$, $\frac{a'''}{L' L'' f} = \frac{1}{nn'n''}$, $\pi = -p \Psi$, $\pi' = q \Psi$, $\pi'' = -\Psi$, $\pi''' = \Psi$, & que n'' eſt à peu près $= 1$, devient $p - \frac{q}{n'} - \frac{1}{n'} + \frac{1}{n'n''} = 0$, laquelle donne, en négligeant le premier terme, $n'' = \frac{1}{q+1}$; donc $m = \frac{nn'}{q+1}$, à cauſe que $m = nn'n''$.

Puiſque

Puiſque $H'' = 1$, on a, en négligeant p, $q = -(1 + nn')G$; mais, en négligeant auſſi p, $G = \frac{q+2}{m-1}$; ſubſtituant cette valeur de G, on aura $q = -\frac{2(1+nn')}{m+nn'}$, & par conſéquent $G = \frac{2}{m+nn'}$. Subſtituant auſſi cette valeur de q dans $m = \frac{nn'}{q+1}$, on aura $nn' = -m + \sqrt{2m(m-1)}$. Donc $q = -\frac{2(1+nn')}{\sqrt{2m(m-1)}}$ & $G = \frac{2}{\sqrt{2m(m-1)}}$, & par conſéquent $\phi = \frac{2\Psi}{\sqrt{2m(m-1)}}$, en ſorte que prenant $\Psi = \frac{1}{4}$, le champ apparent eſt le plus grand poſſible. Convertiſſant en minutes, en multipliant par $3437'$, $\phi = \frac{1718'}{\sqrt{2m(m-1)}}$.

La diſtance de l'œil au dernier verre $\theta = -\frac{L'Nf\sqrt{2m(m-1)}}{2mm}$.

L'équation générale pour l'anéantiſſement de la confuſion dûe à l'ouverture des verres, eſt $\lambda + \frac{F'}{H'^2F}\left(\frac{\lambda'}{H'^2} + \frac{\nu}{L'}\right) + \frac{F''}{L'^2H''^2F}\left(\frac{\lambda''}{H''^2} + \frac{\nu}{L''}\right) + \frac{F'''}{L'^2L''^2F'''^2F}\left(\frac{\lambda'''}{H'''^2} + \frac{\nu}{L'''}\right) + \frac{\lambda^{IV}}{L'^2L''^2L'''^2m} = 0$, laquelle devient, à cauſe que $F = f$, $\frac{a'}{f} = -\frac{1}{n}$, $\frac{a''}{L'f} = -\frac{1}{nn'}$, $\frac{a'''}{L'L''f} = \frac{1}{nn'}$ en prenant $n'' = 1$, $L'' = -\infty$, $H'' = 1$, $L''L''' = -N$, $L''H''' = -N$, $\lambda - \frac{1}{H'^2n}\left(\frac{\lambda'}{H'^2} + \frac{\nu}{L'}\right) - \frac{\lambda''}{L'^2nn'} - \frac{\lambda'''}{L'^2N^2nn'} - \frac{\lambda^{IV}}{L'^2N^2m} = 0$, ou $\lambda - \frac{\lambda'}{H'^2n} - \frac{\lambda''}{L'^2nn'} - \frac{\lambda'''}{L'^2N^2nn'} - \frac{\lambda^{IV}}{L'^2N^2m} - \frac{\nu}{L'H'n} = 0$, équation qui ſervira à déterminer un des λ.

On peut, dans cette équation, faire $\lambda'' = 1$, ainſi qu'on le verra ci-deſſous; & parce que les deux derniers verres doivent être également convexes des deux côtés, on aura, dans le verre ordinaire, $\lambda''' = \lambda^{IV} = 1{,}6299$. On cherchera enſuite, au moyen de cette équation, λ ou λ', ſelon que le coëfficient de λ' ſera plus grand ou plus petit que l'unité.

Il eſt bon d'obſerver que tout eſt aſſez déterminé, à l'exception des lettres H' & L' dont on reſte le maître. On aurait bien à cet égard deux ſuppoſitions à faire : celle de H' égale à une fraction plus grande que l'unité, par exemple, à $\frac{1+g}{g}$,

l'autre de H' égale à une fraction plus petite que l'unité ou à $\frac{g}{1+g}$. Mais il eſt évident que la premiere eſt à rejetter, parce qu'alors $L' = -1-g$, tandis que, dans la ſeconde, $L' = g$, en ſorte que la premiere ſuppoſition donnerait plus de longueur à la lunette que la ſeconde. L' étant donc poſitif en vertu de cette derniere ſuppoſition, f doit être négative, ou le premier verre concave, & le ſecond convexe; & alors le coëfficient de λ' étant plus grand que l'unité, dans l'équation précédente, ce ſera λ qu'on déterminera par cette équation, laquelle donnera $\lambda = \frac{\lambda'(1+g)^3}{g^3 n} + \frac{\lambda''}{g^3 n n'} + \frac{\lambda'''}{g^3 N^3 n n'} + \frac{\lambda^{IV}}{g^3 N^3 m} + \frac{(1+g)^2}{g^2 n}$. On pourra prendre $\lambda' = 1$.

Puiſque f eſt négative, la fraction $1 - \frac{1}{n}$ ou ω doit être négative auſſi; ſi donc on prend $\frac{1}{50}$ pour la valeur de cette fraction, il faudra ſuppoſer $\omega = -\frac{1}{50}$, ce qui donne $n = \frac{50}{51}$. Ayant la valeur de n, on aura auſſi-tôt celle de n', au moyen de l'équation $nn' = -m + \sqrt{(2m(m-1))}$.

On voit encore que la valeur de r ſera négative, car on aura $r = -\frac{g(1+nn')}{n^2 n'^2} - \frac{gN}{n^2 n'^2 G}$.

Il ne reſte donc plus qu'à ſavoir quelle valeur on peut ſuppoſer à g. Or on obſervera de ne la prendre jamais au-deſſous de l'unité, parce qu'alors λ aurait une valeur trop grande. Il faudra même la prendre au-deſſus, mais ſans qu'elle la ſurpaſſe de beaucoup, parce que la lunette deviendrait trop longue. Mr. Euler ſuppoſe $g = 2$, & par conſéquent $H' = \frac{2}{3}$ & $L' = 2$. Ainſi tout eſt déterminé.

Obſervant donc que f eſt négative, on aura les élémens ſuivans; $a' = -\frac{51}{50}f$, $f' = -\frac{51}{25}f$, $a'' = -\frac{2f}{nn'}$, $f'' = -\infty$, $a''' = \infty$, $f''' = -\frac{2Nf}{nn'}$, $a^{IV} = -\frac{2Nf}{m}$.

Les diſtances focales ſeront $F = f$, $F' = -\frac{51}{75}f$, $F'' = -\frac{2f}{nn'}$, $F''' = -\frac{2Nf}{nn'}$, $F^{IV} = -\frac{2Nf}{m}$.

Les intervalles des verres seront $f + a' = -\frac{1}{50} f$, $f' + a'' = -\frac{51}{25} f - \frac{2f}{n n'}$, $f'' + a''' = -\frac{2(1+nn')f}{n^2 n'^2} - \frac{N\sqrt{2m(m-1)}}{n^2 n'^2} f$, $f''' + a^{IV} = -\frac{2(m+nn')Nf}{n n' m} = -\frac{2Nf}{n n' m}\sqrt{2m(m-1)}$.

La distance de l'œil au dernier verre $\theta = -\frac{Nf\sqrt{2m(m-1)}}{m m}$.

Par conséquent la longueur de la lunette sera, $-\left(\frac{103}{50} + \frac{2(1+2nn')}{n^2 n'^2} + \frac{(m+nn')^3 N}{m^2 n^2 n'^2}\right) f$.

Comme $q = -\frac{2(1+nn')}{\sqrt{2m(m-1)}}$, si m est un nombre assez grand, q sera, à peu-près, $= -\frac{10}{17}$; en sorte que le troisieme verre, ne demandant pas la plus grande ouverture, mais seulement une plus petite que celle-là dans le rapport à peu-près de 10 à 17, il suffira de prendre, pour ce verre, $\lambda'' = 1$. Si donc on prend aussi $\lambda' = 1$, & $\lambda''' = \lambda^{IV} = 1{,}6299$, on trouvera pour l'objectif $\lambda = \frac{27.51}{8.50} + \frac{1}{8nn'} + \frac{1{,}6299}{8N^3 nn'} + \frac{1{,}6299}{8N^3 m} + \frac{153\nu}{200}$.

Ayant λ, on aura les rayons des surfaces du 1er. verre.

Le rayon de la face antérieure $b = \frac{f}{\delta - \varepsilon\sqrt{(\lambda-1)}}$; celui de la face postérieure $c = \frac{f}{\gamma + \varepsilon\sqrt{(\lambda-1)}}$. On se souviendra que dans le verre commun où $P = 1{,}55$, $\delta = 1{,}6274$, $\gamma = 0{,}1908$, $\varepsilon = 0{,}90511$.

Les rayons des faces du second verre seront, à cause de $f' = 2a'$, $b' = \frac{2a'}{2\gamma + \delta}$, $c' = \frac{2a'}{2\delta + \gamma}$.

Les rayons des faces du troisieme seront, à cause de $f'' = -\infty$, $b'' = \frac{a''}{\gamma}$, $c'' = \frac{a''}{\delta}$.

Le rayon de chaque face du quatrieme $= 1{,}10\, F'''$.

Le rayon de chaque face du cinquieme $= 1{,}10\, F^{IV}$.

Si on égale le quart du rayon le plus petit des faces des deux premiers verres au demi-diametre de l'ouverture donné par le degré de clarté qu'on veut avoir, c'est-à-dire, à $\frac{m}{50}$,

on en conclura f; ſi cette valeur de f donne les derniers verres trop petits, il faudra alors ſuppoſer à la lettre N une valeur plus grande que l'unité, & cela à volonté, la longueur de la lunette n'en étant pas ſenſiblement augmentée.

171. Suppoſons actuellement qu'on ſe propoſe de conſtruire une lunette qui groſſiſſe 50 fois. Puiſque $m = 50$, $nn' = 20$, & $n' = \frac{102}{5}$; & on trouve $\lambda = 3,4425 + 0,0063 + 0,1779 + \frac{0,0143}{N^3} = 3,6267 + \frac{0,0143}{N^3} = 3,6285$, en prenant $N = 2$. On aura donc $\varepsilon\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,4674$.

Ainſi le rayon de la face antérieure du premier verre $= 6,25\,f$, & celui de la face poſtérieure $= 0,6031\,f$. La diſtance de ce verre au ſecond $= -\frac{1}{50}f$.

Le rayon de la face antérieure du ſecond verre $= -1,0155f$, celui de la face poſtérieure $= -0,5921\,f$. La diſtance de ce verre au troiſieme $= -2,14f$.

Le rayon de la face antérieure du troiſieme verre $= -0,5244f$; celui de la face poſtérieure $= -0,0615\,f$. La diſtance de ce verre au quatrieme $= -0,455f$.

Le rayon de chacune des faces du quatrieme $= -0,22f$. Sa diſtance au cinquieme $= -0,28\,f$.

Le rayon de chacune des faces du cinquieme $= -0,088f$.

La diſtance de l'œil à ce verre $\theta = -0,056f$.

Donc la longueur de la lunette $= -2,951\,f$.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = 24' \frac{1}{2}$.

Le rayon le plus petit des ſurfaces des deux premiers verres eſt $0,5921\,f$; prenant le quart & l'égalant à $\frac{m}{50}$, c'eſt-à-dire, dans le cas préſent, à 1, on aura $f = -\frac{250}{37}$, en ſorte qu'on pourra prendre $f = -7$.

Ainſi on aura les dimenſions ſuivantes.

Rayon de la face antérieure du premier verre $= -43,75$ pouces.

Rayon de la ſurface poſtérieure $= -4,222$ pouces.

Diſtance focale $= -7$ pouces.

Demi-diametre de l'ouverture $= 1,05$ pouces.

Diſtance au ſecond verre $= 0,14$ pouces.

Rayon de la face antérieure du ſecond verre = 7,11 pouces.
Rayon de la face poſtérieure = 4,145 pouces.
Diſtance focale = 4,76 pouces.
Demi-diametre de l'ouverture le même que pour le verre précédent.
Diſtance au troiſieme verre = 14,98 pouces.
Rayon de la face antérieure du troiſieme verre = 3,6687 pouc.
Rayon de la face poſtérieure = 0,43 pouces.
Diſtance focale = 0,7 pouces.
Demi-diametre de l'ouverture de ce verre = 0,11 pouces.
Diſtance au quatrieme verre = 3,185 pouces.
Rayon de chacune des faces du quatrieme verre = 1,54 pouces.
Diſtance focale de ce verre = 1,40 pouces.
Demi-diametre de ſon ouverture = 0,38 pouces.
Diſtance au cinquieme verre = 1,96 pouces.
Rayon de chacune des faces de ce verre = 0,616 pouces.
Diſtance focale = 0,56 pouces.
Demi-diametre de l'ouverture = 0,14 pouces.
Diſtance de l'œil à ce verre = 0,392 pouces.
Longueur de la lunette = 20 pouc. $\frac{2}{3}$ environ.

172. Comme il y a deux images réelles dans ces lunettes, on pourra mettre à l'endroit où tombe chacune d'elles, un diaphragme dont l'ouverture doit être égale au diametre de cette image. Or le demi-diametre de la premiere image $= \varphi L'f = \Psi GL'f = \frac{1}{4} GL'f$. Mais $G = \frac{2}{\sqrt{(2m(m-1))}}$, $L' = 2$; donc ce demi-diametre $= \frac{f}{\sqrt{(2m(m-1))}}$; donc ſi $f = 7$ & $m = 50$, ce demi-diametre $= \frac{1}{10}$ de pouce. Il eſt ſuperflu de dire que cette premiere image tombe au foyer du troiſieme verre, & que, par conſéquent, c'eſt en cet endroit qu'il faut placer le premier diaphragme. Le demi-diametre de la ſeconde image $= \varphi L'L''L'''f = \varphi L'Nf$. Ainſi, comme on a pris $N = 2$, ce dernier diaphragme doit avoir une ouverture deux fois plus grande que celle du précédent. Il ne ſervira donc à rien, les derniers verres demandant une ouverture beaucoup plus petite, en

ſorte qu'il n'y a que le premier diaphragme qui ſoit utile. On pourra, ſi l'on veut, lui appliquer un micrometre.

173. Comme, pour rendre ces lunettes plus portatives, on peut les former de pluſieurs pieces qui entrent l'une dans l'autre, il eſt bon d'avertir qu'il n'y a que l'oculaire qui puiſſe être mobile, & que les autres verres doivent être fixes à demeure aux endroits qui leur ſont aſſignés. Comme le ſuccès dépend principalement du premier verre, on fera bien d'en conſtruire pluſieurs, afin de pouvoir choiſir celui qui réuſſira le mieux; car il arrive aſſez communément qu'il y ait quelque légere différence entre des verres conſtruits dans le même baſſin. Peut-être même ne fera-t-on pas mal d'en conſtruire dans des baſſins tant ſoit peu différens, ayant ſoin toutefois d'avoir toujours la même diſtance focale. On ſera auſſi le maître d'augmenter la meſure dans laquelle les dimenſions de la lunette auront été déterminées, ainſi qu'on l'a déjà obſervé à l'égard des autres lunettes.

174. Quoique cette eſpece de lunettes réuniſſe bien des avantages, il y aura cependant beaucoup à gagner à employer des verres d'eſpece différente, tant parce que les lunettes qu'on aura alors ſeront plus courtes, que parce qu'elles ſeront entiérement délivrées de la confuſion due à la diverſe réfrangibilité des rayons de lumiere. Or, pour obtenir des lunettes qui poſſedent ces nouveaux avantages, il ne s'agit que de ſubſtituer à l'objectif ſimple des lunettes que nous avons conſidérées en premier lieu, un des objectifs à trois verres, décrits (93 & 94), par exemple, celui que nous avons déjà employé, & faire les autres verres de crownglaſs.

175. Or la ſubſtitution de cet objectif eſt ſimple. Comme ſa diſtance focale $R = \frac{1}{4} m$, on le placera à une diſtance du ſecond verre $= \frac{1}{4} m + F''$; on aura $f = 0{,}25578\, m$; & pour que ce ſecond verre, & les deux ſuivans qui font fonction d'oculaire, admettent la plus grande ouverture, il faudra les faire également convexes des deux côtés; en ſorte que le rayon des faces du premier de ces trois verres, ſera $= 1{,}06\, F'$; le rayon des faces du ſecond $= 1{,}06\, F''$; & le rayon des faces du dernier $= 1{,}06\, F'''$.

176. Conſidérant la confuſion due aux oculaires comme aſſez petite pour être négligée, ce qui eſt aſſez prouvé par ce qu'on a vu ci-devant, la diſtance focale de l'objectif compoſé étant $= \frac{m}{4}$, & le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{m}{50}$, on aura les dimenſions ſuivantes.

La diſtance focale du 1er. verre de l'objectif $= 0{,}11137\ m$.
Le rayon de la face antérieure de ce verre $= 0{,}21165\ m$
Celui de la face poſtérieure $= 0{,}08186\ m$.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre, au milieu de l'épaiſſeur du ſecond, $= 0{,}00566\ m$.
La diſtance focale du ſecond verre, de flintglaſs, $= -0{,}06796\ m$.
Le rayon de ſes faces $= -0{,}07883\ m$.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre, au milieu de l'épaiſſeur du troiſieme, $= 0{,}00566\ m$.
La diſtance focale de ce troiſieme verre $= 0{,}10985\ m$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= 0{,}11644\ m$.
La diſtance de cet objectif au verre ſuivant $= \frac{1}{4}\ m + F'$, F' étant la diſtance focale de ce verre.
Cette diſtance focale $F' = \frac{0{,}25578\ m}{-m + \sqrt{2m(m-1)}}$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= 1{,}06\ F'$.
Suppoſons le nombre arbitraire $N = 2$, la diſtance de ce verre au premier oculaire $= 0{,}25578\ m \cdot \frac{1 + p + \sqrt{2m(m-1)}}{p^2}$, p étant $= -m + \sqrt{2m(m-1)}$.
La diſtance focale du premier oculaire $= 2F'$, c'eſt-à-dire, double de celle du verre précédent.
Le rayon de chacune de ſes faces, double de celui des faces de ce verre.
La diſtance du premier oculaire au dernier $= 0{,}51156\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{m}\right)$.
La diſtance focale du dernier oculaire $= 0{,}51156$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= 05422$.
La diſtance de l'œil à ce verre $= \frac{0\,51156(m-1)}{\sqrt{2m(m-1)}}$.

Quant à l'ouverture de ces oculaires, on en fera le demi-diametre égal au quart de leurs diſtances focales reſpectives.

177. On pourra encore, ſi l'on veut, augmenter la meſure

dans laquelle les dimenſions de ces lunettes ſont déterminées. Mais rien n'obligera d'augmenter l'ouverture de l'objectif, à moins qu'on ne deſire un plus grand degré de clarté. Si on l'augmentait, ces lunettes deviendraient propres pour la nuit.

178. Au lieu de ſuppoſer la premiere image réelle entre l'objectif & le verre qui le ſuit, on peut ſuppoſer qu'elle tombe entre ce ſecond verre & le troiſieme. Examinons cette nouvelle eſpece de lunettes, en ſuppoſant d'abord l'objectif ſimple.

Puiſqu'on a quatre verres, $m = -\frac{ff'f''}{a'a''a'''}$. Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$; n' & n'' devant être négatives, ſoient $n' = -p$, $n'' = -p'$; en ſorte qu'on aura $m = npp'$.

Donc $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L'a' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{L'f}{pn}$, $f'' = -\frac{L'L''f}{pn}$, $a''' = -\frac{L'L''f}{npp'} = -\frac{L'L''f}{m}$.

Les diſtances focales $F = f$, $F' = H'a' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = H''a'' = -\frac{L'H''f}{pn}$, $F''' = H'''a''' = a'''$.

Les intervalles des verres $f + a' = f\left(1 - \frac{1}{n}\right)$, $f' + a'' = -\frac{L'f}{n}\left(1 + \frac{1}{p}\right)$, $f'' + a''' = -\frac{L'L''f}{pn}\left(1 + \frac{1}{p'}\right)$.

Ces intervalles devant être poſitifs, on voit que ſuppoſant l'objectif convexe, & par conſéquent f poſitive, n doit être plus grande que l'unité, L' négative & L'' poſitive.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1}$. Soit ſuppoſé $\pi = -r\Psi$, $\pi' = r'\Psi$, & $\pi'' = -\Psi$; on aura $\varphi = \frac{r + r' + 1}{m-1}\Psi = G\Psi$, en faiſant $\frac{r + r' + 1}{m-1} = G$.

La diſtance de l'œil $= \frac{F'''}{mG} = -\frac{1}{G} \cdot \frac{L'L''f}{mm}$, diſtance qui, par les conditions preſcrites, eſt déjà poſitive.

Les diſtances focales donnent, $\frac{H'\pi - \varphi}{\varphi} = \frac{H'F}{F'} = -n$, $\frac{H''\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L'H''F}{F''} = -np$; de la premiere équation on tire $r = -\frac{(1-n)G}{H'}$, & de la ſeconde, $H'' = \frac{-(1+np)-r}{1}$.

On

On voit que r' & r ne peuvent être positives en même tems, parce qu'autrement H'' aurait une valeur négative, tandis qu'elle doit en avoir une positive.

L'équation pour la destruction des couleurs est $\pi a' + \frac{\pi' a''}{L'} + \frac{\pi'' a'''}{L' L''} = 0$, laquelle devient $r - \frac{r'}{p} + \frac{1}{pp'} = 0$, d'où l'on tire $p' = \frac{1}{r' - pr}$; ce qui fait voir que r ne peut être positive & r' négative, car autrement p' se trouverait négative. Ainsi, dans tous les cas, r ne peut jamais être positive, en sorte que le second verre diminue toujours le champ apparent.

Puisque r doit être négative, soit $r = -\varpi$; on aura $\varpi = -\frac{(n-1)G}{H'}$. Comme n est plus grande que l'unité, il faut que H' soit négative; il faut donc que $-L'$ soit plus petite que l'unité : on observera qu'il ne faut pas prendre H' assez petite pour que ϖ surpasse l'unité. On aura donc $H'' = \frac{-(1+np)G+\varpi}{r'}$, & $p' = \frac{1}{r'+p\varpi}$.

Comme on ne peut prendre r' négative, à cause que le champ apparent souffrirait trop de diminution, il faut la prendre positive, avec la condition qu'elle ne surpasse pas l'unité. Mais la supposition qui fournit la solution la plus simple & la plus commode, est celle de $r' = 0$.

Si donc on fait $r' = 0$, alors l'équation $H'' = \frac{-(1+np)G+\varpi}{r'}$ donne $\varpi = (1+np)G$; donc $np = \frac{\varpi}{G} - 1$. Mais $p' = \frac{1}{p\varpi}$; donc, à cause de $npp' = m$, on aura $n = m\varpi$, & par conséquent $mp\varpi = \frac{\varpi}{G} - 1$; ainsi, comme $G = \frac{1-\varpi}{m-1}$, on aura $p = \frac{\varpi m - 1}{m(1-\varpi)\varpi}$, & $p' = \frac{m(1-\varpi)}{m\varpi - 1}$; ces valeurs ne dépendant point de H'', la lettre L'' demeure indéterminée. On pourra donc faire en sorte que les derniers verres ne soient pas trop petits.

On a $H' = \frac{(1-m\varpi)(1-\varpi)}{(m-1)\varpi}$. Comme ϖ doit être plus petite que l'unité, & que $m\varpi$ est plus grande que l'unité, on voit

que H' eſt néceſſairement négative. Puiſque $m\varpi > 1$, ϖ eſt donc $> \frac{1}{m}$. Il faut donc que ϖ ſoit contenue entre les limites 1 & $\frac{1}{m}$. On pourra ſuppoſer $\varpi = \frac{1}{\sqrt{m}}$; on aura donc $n = \sqrt{m}$, $p = 1$, $p' = \sqrt{m}$, $H' = \frac{1-\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}}$, $L' = \frac{1-\sqrt{m}}{2\sqrt{m}}$, $G = \frac{1}{m+\sqrt{m}}$, $a' = -\frac{f}{\sqrt{m}}$, &c.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{\Psi}{m+\sqrt{m}} = \frac{859'}{m+\sqrt{m}}$.

Comme, pour le troiſieme verre, on a pris $i' = 0$, en ſorte que $\pi' = 0$, le demi-diametre de ſon ouverture $= \frac{F''k}{L'H''F} = \frac{k}{\sqrt{m}}$. Quoique cette ouverture ſoit très-petite, le champ apparent & la clarté n'en ſouffrent pas ; &, vu la petiteſſe de cette ouverture, ce verre fait très-bien la fonction de diaphragme. La diſtance f doit être au moins égale à $qk\sqrt{m}\mu\left(\lambda - \frac{1}{H'n}\left(\frac{\lambda'}{H'^2} + \frac{\nu}{L'}\right) - \frac{1}{L'^3H''np}\left(\frac{\lambda''}{H''^2} + \frac{\nu}{L''}\right) - \frac{\lambda'''}{L'^3L''^3m}\right)$.

179. Comme cette eſpece de lunettes a peu de champ, au lieu de ſuppoſer un ſeul verre après la ſeconde image, nous en ſuppoſerons deux, ce qui nous fournira un champ apparent double, ainſi qu'on va le voir par les détails dans leſquels nous allons entrer.

La lunette étant actuellement compoſée de cinq verres, on aura $m = \frac{ff'f''f'''}{a'a''a'''a^{IV}}$. Soit $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$, $\frac{f'''}{a^{IV}} = -n'''$. Soit $n' = -p$, $n'' = -p'$; on a donc $m = npp'n'''$. On aura $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{L'f}{np}$, $f'' = -\frac{L'L''f}{np}$, $a''' = -\frac{L'L''f}{npp'}$, $f''' = -\frac{L'L''L'''f}{npp'}$, $a^{IV} = \frac{L'L''L'''f}{npp'n'''}$. Les diſtances focales $F = f$, $F' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = -\frac{L'H''f}{np}$, $F''' = -\frac{L'L''H'''f}{npp'}$, $F^{IV} = a^{IV}$.

Les intervalles des verres $f + a' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)f$, $f' + a'' = -\frac{L'f}{n}\left(1 + \frac{1}{p}\right)$, $f'' + a''' = -\frac{L'L''f}{np}\left(1 + \frac{1}{p'}\right)$, $f''' + a^{IV} = -\frac{L'L''L'''f}{npp'}\left(1 - \frac{1}{n'''}\right)$.

Comme ces intervalles doivent être positifs, & que f est positive, n doit être plus grande que l'unité, L' doit être négative, L'' doit être positive, en sorte que H'' soit positive, mais plus petite que l'unité; enfin il faut que $L'''\left(1-\frac{1}{n'''}\right)$ soit positive: mais pour que a'^{v} soit positive, il faut que L''' soit négative; il faut donc que n''' soit positive & plus petite que l'unité.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi=\frac{-\pi+\pi'-\pi''+\pi'''}{m-1}$. Soit $\pi=-r\Psi$, $\pi'=0$, $\pi''=-\Psi$, & $\pi'''=\Psi$; on aura $\varphi=\frac{r+2}{m-1}\Psi=G\Psi$, en faisant $\frac{r+2}{m-1}=G$.

Pour le lieu de l'œil on a $\theta=\frac{F^{iv}}{mG}=\frac{(m-1)F^{iv}}{m(r+2)}$.

On aura ensuite les équations $H'r-(1-n)G=0$, $-(1+np)G-r=0$, $H'''=-(1-npp')G-r$. La premiere donne $r=-\frac{(1-n)G}{H'}$; substituant dans la seconde, on a $(1+np)H'+n-1=0$, d'où l'on tire $H'=-\frac{n-1}{1+np}$, en sorte que H' est négative & par conséquent aussi L' laquelle $=-\frac{n-1}{n(1+p)}$. Substituant cette valeur de H' dans celle de r, on a $r=-(1+np)G$; & substituant cette valeur de r dans celle de G, on aura $G=\frac{2}{m+np}$; en sorte que le demi-diametre du champ apparent $\varphi=\frac{2\Psi}{m+np}=\frac{1718'}{m+np}$. Enfin la troisieme des équations précédentes donne $H'''=np(1+p')G$. On voit que H''' est positive; ainsi, comme L''' doit être négative, il faut que H''' soit plus grande que l'unité. Les lettres L'' & H'' demeurent indéterminées.

L'équation pour la destruction des couleurs est (114), $\frac{\pi a'}{\varphi F}+\frac{\pi' a''}{L'\varphi F}+\frac{\pi'' a'''}{L'L''\varphi F}+\frac{\pi'''}{m\varphi}=0$, laquelle devient $r+\frac{1}{pp'}+\frac{1}{pp'n'''}=0$, ou $-pp'n'''(1+np)G+n'''+1=0$. Comme $m=npp'n'''$, on a $pp'n'''=\frac{m}{n}$, & par conséquent —

$\frac{m}{n}(1+np)\,G + n''' + 1 = 0$, d'où l'on tire, en ſubſtituant la valeur de G, $n''' = \frac{2m(1+np)}{n(m+np)} - 1$; ainſi comme n''' doit être poſitive, il faut que $2m(1+np) > n(m+np)$; & comme n''' doit être plus petite que l'unité, il faut que $m(1+np) < n(m+np)$. Soit comme ci-deſſus, $np = \sqrt{m}$, on aura $n''' = \frac{2\sqrt{m}}{n} - 1$; il faut donc que $\frac{2\sqrt{m}}{n} > 1$, ou $n < 2\sqrt{m}$; mais il faut auſſi que $\sqrt{m} < n$, ou $n > \sqrt{m}$; en ſorte que la lettre p doit tomber entre les limites 1 & $\frac{1}{7}$.

Soit $n = \frac{4}{3}\sqrt{m}$; alors $p = \frac{3}{4}$, $n''' = \frac{1}{2}$, & $p' = \frac{\sqrt{m}}{n'''} = 2\sqrt{m}$. On aura donc $H' = \frac{3-4\sqrt{m}}{3(1+\sqrt{m})}$, $L' = \frac{3-4\sqrt{m}}{7\sqrt{m}}$.

Comme L'' eſt indéterminée, & que la ſeule condition eſt qu'elle ſoit poſitive, ſuppoſons $L'' = N$, prenant l'indéterminée N telle que les diſtances focales des derniers verres ſoient d'une grandeur raiſonnable. On pourra, par exemple, la ſuppoſer $= 3$.

Ayant ſuppoſé $L'' = N$, on aura $H'' = \frac{N}{1+N}$.

Enfin on aura $H''' = \frac{2(1+2\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}}$, & $L''' = -\frac{2(1+2\sqrt{m})}{1+3\sqrt{m}}$.

Les diſtances focales ſeront donc $F = f$, $F' = \frac{(4\sqrt{m}-3)f}{4(1+\sqrt{m})\sqrt{m}}$,

$F'' = \frac{N}{1+N}\cdot\frac{4\sqrt{m}-3}{7m}f$, $F''' = \frac{N(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{7(1+\sqrt{m})m\sqrt{m}}f$,

$F^{IV} = \frac{2N(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{7(3\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}f$.

Les intervalles des verres $f + a' = \frac{4\sqrt{m}-3}{4\sqrt{m}}f$, $f' + a'' = \frac{4\sqrt{m}-3}{4m}f$, $f'' + a''' = \frac{N(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{14m\sqrt{m}}f$, $f''' + a^{IV} = \frac{1}{2}F^{IV}$.

La diſtance du lieu de l'œil au dernier verre $= \frac{\sqrt{m}+1}{2\sqrt{m}}F^{IV}$.

Le demi-diametre de la confuſion dûe à la ſphéricité des verres, eſt (111), à cauſe que $\frac{F'}{H'F} = -\frac{1}{n}$, $\frac{F''}{L'H''F} = -\frac{1}{np}$, $\frac{F'''}{L'L''H'''F} = -\frac{1}{npp'}$, proportionnel à $\lambda - \frac{1}{H'n}\left(\frac{\lambda'}{H''} + \frac{\nu}{L'}\right)$

$$- \frac{1}{L^{I} L^{II} n p} \left(\frac{\lambda^{II}}{L^{II}} + \frac{\nu}{L^{II}} \right) - \frac{1}{L^{I} L^{II} L^{III} n p p'} \left(\frac{\lambda^{III}}{L^{III}} + \frac{\nu}{L^{III}} \right) + \frac{\lambda^{IV}}{L^{I} L^{II} L^{III} L^{IV} m}.$$

Pour donner tout de ſuite à cette eſpece de lunettes toute la perfection dont elle eſt ſuſceptible, nous n'avons qu'à ſubſtituer à l'objectif ſimple, l'objectif à trois verres que nous avons déjà employé, & faire les autres de crownglaſs; or, conſidérant l'objectif ſimple comme produiſant le même effet que l'objectif compoſé, ſon ouverture eſt égale à celle de cet objectif, & ſa diſtance focale $F = 1{,}02312\, R = 0{,}25578\, m$, la diſtance focale R de cet objectif compoſé étant $= \frac{1}{4} m$; & ſuppoſant la confuſion dûe aux autres verres $- \frac{1}{H^{I} n} \left(\frac{\lambda^{I}}{H^{I}} + \frac{\nu}{L^{I}} \right) -$ &c., repréſentée par Δ, on a $\lambda^{I} = 2{,}5022 - 0{,}08257\, \Delta$, qui détermine le premier verre de l'objectif. Il ne s'agit donc plus que de calculer Δ. Pour pouvoir le faire, il faut au préalable trouver les valeurs de λ', λ'', λ''', λ^{IV}. Or rien n'empêche de ſuppoſer $\lambda' = 2$; & prenant le troiſieme, le quatrieme & le cinquieme verres également convexes des deux côtés, on aura, pour déterminer λ'', λ''' & λ^{IV}, les équations $\sqrt{(\lambda'' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{\varepsilon} \left(H'' - \frac{1}{2} \right)$, $\sqrt{(\lambda''' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{\varepsilon} \left(H''' - \frac{1}{2} \right)$, & $\sqrt{(\lambda^{IV} - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon}$, à cauſe que $f^{IV} = \infty$.

Ayant pris $\lambda' = 2$, on aura, en ſubſtituant $L' a'$, à la place de f', & enſuite $\frac{F'}{H'}$, à la place de a', dans les expreſſions générales des rayons b' & c' des ſurfaces du verre qui ſuit l'objectif, $b' = \frac{F'}{\delta - H' (\delta - \gamma) - \varepsilon}$, $c' = \frac{F'}{\gamma + H' (\delta - \gamma) + \varepsilon}$. Quant aux rayons des faces des trois autres verres, le rayon des faces du premier $= 2 (P - 1) F''$, le rayon des faces du ſecond $= 2 (P - 1) F'''$, le rayon des faces du troiſieme $= 2 (P - 1) F^{IV}$; P étant $= 1{,}53$.

On obſervera que le demi-diametre de l'ouverture du verre qui ſuit l'objectif $= \pi F'_{1} + \frac{F' k}{H' F} = \frac{2}{\sqrt{m}} \cdot \frac{1}{4} F'_{1} - \frac{3 k}{4 \sqrt{m}}$; voyez (106);

Que le demi-diametre de l'ouverture du ſecond $= -\frac{k}{\sqrt{m}}$;
Que le demi-diametre de l'ouverture du troiſieme $= -\frac{1}{4}F^{III} - \frac{k}{2m}$;
Que le demi-diametre de l'ouverture du quatrieme $= \frac{1}{4}F^{IV} + \frac{k}{m}$;
k repréſente le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif.

Quoique les parties de la plupart de ces expreſſions ſoient négatives, il faut toujours les prendre poſitives. On obſervera que la ſeconde partie ne contribue en rien au champ apparent; on ne l'employe que pour qu'il ſoit par-tout de la même clarté.

Avant de paſſer aux applications, il faut ſe rappeller que le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif $= \frac{m}{50}$, & que ſa diſtance au verre qui le ſuit $= R + a' = \frac{1}{4}m - \frac{3}{4\sqrt{m}}f = \frac{1}{4}m - 0{,}191835 \cdot \sqrt{m}$.

180. Suppoſons qu'on demande les dimenſions d'une lunette qui groſſit 25 fois, en ſorte que $m = 25$. Soit $N = 3$. On aura $n = \frac{20}{3}$, $np = 5$, $npp' = 50$; $H' = -\frac{17}{18}$, $L' = -\frac{17}{35}$, $L^{II} = 3$, $H^{II} = \frac{3}{4}$, $H^{III} = \frac{11}{3}$, $L^{III} = -\frac{11}{8}$.

On trouvera $\lambda^{II} = 1{,}15008$, $\lambda^{III} = 25{,}0816$, $\lambda^{IV} = 1{,}60024$. Calculant enſuite Δ, on trouvera $\Delta = 5{,}2236$. Donc on aura $\lambda\,1 = 2{,}5022 - 0{,}08257 \cdot 5{,}2236$, & par conſéquent $\lambda\,1 = 2{,}0709$ & $\sqrt{(\lambda\,1 - 1)} = 1{,}03484$.

Ainſi le rayon de la ſurface antérieure du premier verre de l'objectif, lequel eſt de crownglaſs, $b = \frac{0{,}48154\,R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda\,1 - 1)}} = 0{,}63395\,R = 3{,}96219$;
Le rayon de la ſurface poſtérieure $c = \frac{0{,}48154\,R}{0{,}24492 + \sqrt{(\lambda\,1 - 1)}} = 0{,}37627\,R = 2{,}35169$.
La diſtance focale de ce verre $= 0{,}4455\,R = 2{,}7844$.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce premier verre de l'objectif, au milieu de l'épaiſſeur du ſecond $= 0{,}14156$.
La diſtance focale du ſecond verre de l'objectif, lequel eſt de

flintglaſs, & également concave des deux côtés, = − 1,699.
Le rayon de ſes faces = — 1,97081.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du troiſieme verre de l'objectif = 0,14156.
La diſtance focale de ce troiſieme verre, lequel eſt de crownglaſs, & également convexe des deux côtés, = 2,74625.
Le rayon de chacune de ſes faces = 2,91075.
La diametre de l'ouverture de l'objectif = 1.
La diſtance de l'objectif au verre qui le ſuit = 5,29083.
La diſtance focale de ce verre = 0,90575.
Le rayon de ſa ſurface antérieure = 0,43365.
Le rayon de ſa ſurface poſtérieure = − 4,48016, en ſorte que ce verre forme un ménifque dont le côté convexe eſt tourné vers l'objectif.
Le diametre de l'ouverture de ce verre = 0,33.
La diſtance de ce verre au ſecond = 1,087.
La diſtance focale du ſecond verre = 0,4659.
Le rayon de chacune de ſes faces = 0,4938.
Le diametre de ſon ouverture = 0,2.
La diſtance de ce verre au troiſieme = 2,05.
La diſtance focale du troiſieme verre = 0,6833.
Le rayon de chacune de ſes faces = 0,7243.
Le diametre de ſon ouverture = 0,36.
La diſtance de ce verre au quatrieme = 0,2562.
La diſtance focale du quatrieme verre = 0,5125.
Le rayon de chacune de ſes faces = 0,543.
Le diametre de ſon ouverture = 0,296.
La diſtance de l'œil à ce verre = 0,307.
Le diametre du champ apparent = 1° 54′.
Longueur de la lunette = 9,27415.

181. Suppoſons qu'on demande les dimenſions d'une lunette qui groſſit 49 fois, en ſorte que $m = 49$. Soit encore $N = 3$. On aura $n = \frac{28}{3}$, $np = 7$, $npp' = 98$; $H' = -\frac{25}{24}$, $L' = -\frac{25}{49}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{3}{4}$, $H''' = \frac{15}{4}$, $L''' = -\frac{15}{11}$. On trouvera $\lambda'' = 1,15008$, $\lambda''' = 26,36532$, $\lambda^{IV} = 1,60024$. Faiſant les ſubſtitutions dans la quantité Δ, on trouvera $\Delta = 3,18749$.

On aura donc $\lambda 1 = 2,5022 - 0,08257 \cdot 3,18749 = 2,239$, & par conſéquent $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 1,1131$.
D'où l'on trouvera le rayon de la ſurface antérieure du premier verre de l'objectif = 8,65793, & le rayon de la ſurface poſtérieure = 4,34373.
La diſtance focale de ce verre = 5,4574.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du ſecond verre de l'objectif = 0,27746.
La diſtance focale de ce ſecond verre = — 3,33.
Le rayon de chacune de ſes faces = — 3,86279.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du troiſieme verre de l'objectif = 0,27746.
La diſtance focale de ce troiſieme verre = 5,3826.
Le rayon de chacune de ſes faces = 5,70556.
Le diametre de l'ouverture de l'objectif = 1,96.
La diſtance de l'objectif au verre qui le ſuit = 10,90716.
La diſtance focale de ce verre = 1,39846.
Le rayon de ſa ſurface antérieure = 0,62771.
Le rayon de ſa ſurface poſtérieure = — 4,097.
Le diametre de ſon ouverture = 0,41.
La diſtance de ce verre au ſecond = 1,5986.
La diſtance focale du ſecond verre = 0,6851.
Le rayon de chacune de ſes faces = 0,7262.
Le diametre de ſon ouverture = 0,28.
La diſtance du ſecond verre au troiſieme = 2,9362.
La diſtance focale du troiſieme verre = 0,7341.
Le rayon de chacune de ſes faces = 0,778.
Le diametre de ſon ouverture = 0,387.
La diſtance du troiſieme verre au quatrieme = 0,2669.
La diſtance focale du quatrieme verre = 0,5338.
Le rayon de chacune de ſes faces = 0,5658.
Le diametre de ſon ouverture = 0,306.
La diſtance de l'œil à ce verre = 0,305.
Le diametre du champ apparent = $1^{g}\ 1^{r}$.
La longueur de la lunette = 16,56878.
Toutes ces meſures ſont en pouces.

182.

182. Les lunettes de cette espece ont un avantage marqué sur celles qu'on a traitées précédemment, en ce qu'elles ont un champ plus considérable. Il est possible d'augmenter cet avantage & de le porter très-loin, en mettant un plus grand nombre de verres après la derniere image. Supposons, par exemple, qu'au lieu d'en mettre deux, ainsi que nous venons de le faire, on en mette trois.

Puisque la lunette est composée de six verres, on a $m = -\frac{ff'f''f'''f^{iv}f^{v}}{a'a''a'''a^{iv}a^{v}}$. Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$, $\frac{f'''}{a^{iv}} = -n'''$, $\frac{f^{iv}}{a^{v}} = -n^{iv}$; & soient $n' = -p$, $n'' = -p'$; on a alors $m = npp'n'''n^{iv}$.

On aura $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{L'f}{np}$, $f'' = -\frac{L'L''f}{np}$, $a''' = -\frac{L'L''f}{npp'}$, $f''' = -\frac{L'L''L'''f}{npp'}$, $a^{iv} = \frac{L'L''L'''f}{npp'n'''}$, $f^{iv} = \frac{L'L''L'''L^{iv}f}{npp'n'''}$, $a^{v} = -\frac{L'L''L'''L^{iv}f}{npp'n'''n^{iv}}$.

Les distances focales $F = f$, $F' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = -\frac{L'H''f}{np}$, $F''' = -\frac{L'L''H'''f}{npp'}$, $F^{iv} = \frac{L'L''L'''H^{iv}f}{npp'n'''}$, $F^{v} = a^{v}$.

Les intervalles des verres $f + a' = (1 - \frac{1}{n})f$, $f' + a'' = -\frac{L'f}{n}(1 + \frac{1}{p})$, $f'' + a''' = -\frac{L'L''f}{np}(1 + \frac{1}{p'})$, $f''' + a^{iv} = -\frac{L'L''L'''f}{npp'}(1 - \frac{1}{n'''})$, $f^{iv} + a^{v} = \frac{L'L''L'''L^{iv}f}{npp'n'''}(1 - \frac{1}{n^{iv}})$.

On a les mêmes observations à faire, que dans le cas précédent, au sujet des lettres n, L', L'', H'', L''', H''', n'''. Il faut, pour le cinquieme intervalle, que $L^{iv}(1 - \frac{1}{n^{iv}})$ soit positive; mais, pour que a^{v} soit positive, il faut que L^{iv} soit négative; il faut donc que n^{iv} soit plus petite que l'unité.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi^{iv}}{m - 1}$.

Soient $\pi = -r\Psi$, $\pi' = 0$, $\pi'' = -\Psi$, $\pi''' = \Psi$, $\pi^{iv} = -\Psi$.

On aura $\varphi = \frac{r+3}{m-1}\Psi = G\Psi$, G étant $= \frac{r+3}{m-1}$.

Pour le lieu de l'œil on a $\theta = \frac{F^{v}}{Gm} = \frac{(m-1)F^{v}}{m(r+4)}$.

On a enſuite les équations, $H'r = -(1-n)G$, $-(1+np)G - r = 0$; $H''' = -(1-npp')G - r$; & $\frac{H^{iv}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L'L''L'''H^{iv}F}{F^{iv}} = npp'n'''$, laquelle donne $H^{iv} = -(1-npp'n''')G - r - 1$, ou $H^{iv} = np(1+p'n''')G - 1$.

L'équation pour la deſtruction des couleurs $\frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{\pi' a''}{L'\varphi F} + \frac{\pi'' a'''}{L'L''\varphi F} + \frac{\pi''' a^{iv}}{L'L''L'''\varphi F} - \frac{\pi^{iv}}{m\varphi} = 0$, devient $r + \frac{1}{pp'} + \frac{1}{pp'n'''} + \frac{1}{pp'n'''n^{iv}} = 0$, ou, à cauſe que $r = -(1+pn)G$, $-pp'n'''n^{iv}(1+np)G + n'''n^{iv} + n^{iv} + 1 = 0$, ou, $(1+np)G = \frac{1}{pp'}\left(1 + \frac{1}{n'''} + \frac{1}{n'''n^{iv}}\right)$, ou, parce que $G = \frac{3}{m+np}$, $\frac{3(1+np)}{m+np} = \frac{1}{pp'}\left(1 + \frac{1}{n'''} + \frac{1}{n'''n^{iv}}\right)$.

Si l'on veut que les derniers verres ſoient à peu-près à la même diſtance l'un de l'autre, on pourra ſuppoſer $n''' = \frac{1}{2}$, & $n^{iv} = \frac{2}{3}$.

Alors l'équation précédente deviendra $\frac{1+np}{m+np} = \frac{2}{pp'}$. Soit $np = \sqrt{m}$; on aura $pp' = 2\sqrt{m}$; donc $pp'n'''n^{iv} = \frac{2}{3}\sqrt{m}$. Mais $pp'n'''n^{iv} = \frac{m}{n}$; donc on aura $n = \frac{3\sqrt{m}}{2}$; donc $p = \frac{2}{3}$, & $p' = 3\sqrt{m}$. On a donc $npp' = 3m$, $npp'n''' = \frac{3}{2}m$, $npp'n'''n^{iv} = m$. Ainſi $H' = \frac{2-3\sqrt{m}}{2(1+\sqrt{m})}$, $L' = \frac{2-3\sqrt{m}}{5\sqrt{m}}$; ſoit $L'' = N$, H'' ſera $= \frac{N}{1+N}$; $H''' = \frac{3(3\sqrt{m}+1)}{\sqrt{m}+1}$, $L''' = -\frac{3(3\sqrt{m}+1)}{2(4\sqrt{m}+1)}$, $H^{iv} = \frac{7\sqrt{m}+4}{2(\sqrt{m}+1)}$, $L^{iv} = -\frac{7\sqrt{m}+4}{5\sqrt{m}+2}$.

Donc les diſtances focales $F = f$, $F' = \frac{3\sqrt{m}-2}{3(\sqrt{m}+1)\sqrt{m}}f$, $F'' = \frac{N}{1+N}\cdot\frac{3\sqrt{m}-2}{5m}f$, $F''' = \frac{N(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{5(\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}f$, $F^{iv} = \frac{N(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)(7\sqrt{m}+4)}{10(4\sqrt{m}+1)(\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}f$, $F^{v} = \frac{3N(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)(7\sqrt{m}+4)}{10(4\sqrt{m}+1)(5\sqrt{m}+2)m\sqrt{m}}f$.

Les intervalles des verres $f + a' = \frac{3\sqrt{m}-2}{3\sqrt{m}}f$, $f' + a'' = \frac{3\sqrt{m}-2}{3m}f$, $f'' + a''' = \frac{N(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15m\sqrt{m}}f$, $f''' + a^{iv} = \frac{N(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{10(4\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}f$, $f^{iv} + a^{v} = \frac{1}{3}F^{v}$.

Pour le lieu de l'œil, $\theta = \frac{\sqrt{m}+1}{3\sqrt{m}} F^{v}$.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{2577'}{m+\sqrt{m}}$.

Le demi-diametre de la confuſion dûe à la ſphéricité des verres, eſt, à cauſe que $\frac{F'}{H'F} = -\frac{1}{n}$, $\frac{F''}{L'H''F} = -\frac{1}{np}$, $\frac{F'''}{L'L''H'''F} = -\frac{1}{npp'}$, $\frac{F^{iv}}{L'L''L'''H^{iv}F} = \frac{1}{npp'n'''}$, proportionnel à $\lambda - \frac{1}{H'n}\left(\frac{\lambda'}{H'^{2}} + \frac{\nu}{L'}\right) - \frac{1}{L'^{3}H''np}\left(\frac{\lambda''}{H''^{2}} + \frac{\nu}{L''}\right) - \frac{1}{L'^{3}L''^{3}H'''npp'}\left(\frac{\lambda'''}{H'''^{2}} + \frac{\nu}{L'''}\right) + \frac{1}{L'^{3}L''^{3}L'''^{3}H^{iv}npp'n'''}\left(\frac{\lambda^{iv}}{H^{iv2}} + \frac{\nu}{L^{iv}}\right) - \frac{\lambda^{v}}{L'^{3}L''^{3}L'''^{3}L^{iv3}n}$.

Si l'on veut ſubſtituer l'objectif à trois verres à l'objectif ſimple, conſidérant, pour le moment, l'objectif ſimple comme produiſant le même effet, ſon ouverture eſt égale à celle de l'objectif compoſé, & ſa diſtance focale $F = 1{,}02312\ R = 0{,}25578\ m$; & Δ repréſentant toujours la confuſion due aux autres verres de la lunette, on a, pour déterminer le premier verre de l'objectif compoſé, $\lambda\,1 = 2{,}5022 - 0{,}08257\ \Delta$.

On prendra $\lambda' = 2$; & ſuppoſant les quatre derniers verres également convexes des deux côtés, on aura, pour déterminer λ'', λ''', λ^{iv} & λ^{v}, les équations $\nu(\lambda''-1) = \frac{\delta-\gamma}{\varepsilon}(H''-\frac{1}{2})$, $\nu(\lambda'''-1) = \frac{\delta-\gamma}{\varepsilon}(H'''-\frac{1}{2})$, $\nu(\lambda^{iv}-1) = \frac{\delta-\gamma}{\varepsilon}(H^{iv}-\frac{1}{2})$, $\nu(\lambda^{v}-1) = \frac{\delta-\gamma}{2\varepsilon}$.

On déterminera les courbures du verre qui ſuit l'objectif & celles des quatre autres, par les formules données ci-deſſus.

Quant aux ouvertures de ces verres, le demi-diametre de celles du verre qui ſuit l'objectif $= \frac{3}{\sqrt{m}} \cdot \frac{1}{4} F' - \frac{2k}{3\sqrt{m}}$.

Le demi-diametre de l'ouverture du ſecond $= -\frac{k}{\sqrt{m}}$.

Le demi-diametre de l'ouverture du troiſieme $= -\frac{1}{4} F''' - \frac{k}{3m}$.

Le demi-diametre de l'ouverture du quatrieme $= \frac{1}{4} F^{iv} + \frac{2k}{3m}$.

Le demi-diametre de l'ouverture du cinquieme $= -\frac{1}{4} F^{v} - \frac{k}{m}$.

Le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif eſt, comme on a vu, $= \frac{m}{50}$.

Sa distance focale $R = \frac{1}{4} m$.

Et sa distance au verre qui le suit $= R + a' = \frac{1}{4} m - \frac{2f}{3\sqrt{m}} = \frac{1}{4} m - 0,17052 . \sqrt{m}$.

183. Supposons qu'on demande une lunette qui grossisse 36 fois, en sorte que $m = 36$. On aura $n = 9$, $np = 6$, $npp' = 108$, $npp'n''' = 54$, $npp'n'''n'^{v} = 36$; $H' = -\frac{8}{7}$, $L' = -\frac{8}{15}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{3}{4}$, $H''' = \frac{57}{7}$, $L''' = -\frac{57}{50}$, $H'^{v} = \frac{23}{7}$, $L'^{v} = -\frac{23}{16}$.

On trouvera $\lambda'' = 1,15008$, $\lambda''' = 141,27806$, $\lambda'^{v} = 19,63596$, $\lambda^{v} = 1,60024$. Faisant les substitutions dans la quantité Δ, on trouvera que $\Delta = 3,21555$. On aura donc $\lambda 1 = 2,5022 - 0,08257 . 3,21555$, & par conséquent $\lambda 1 = 2,2367$ & $\sqrt{\lambda 1} - 1 = 1,11206$.

Ainsi le rayon de la face antérieure du premier verre de l'objectif $= \frac{0,48154 R}{1,79442 - \sqrt{(\lambda 1 - 1)}} = 0,7057 R = 6,3513$.

Le rayon de la face postérieure $= \frac{0,48154 R}{0,24492 + \sqrt{(\lambda 1 - 1)}} = 0,35486 R = 3,1937$.

La distance focale de ce verre $= 4,0095$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du second verre de l'objectif, $= 0,20385$.

La distance focale de ce second verre, lequel est de flintglass, $= -2,44656$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -2,83797$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du troisieme verre de l'objectif, $= 0,20385$.

La distance focale de ce verre $= 3,9546$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 4,19184$.

Le diametre de l'ouverture de l'objectif $= 1,44$.

La distance de l'objectif au verre qui le suit $= 7,97688$.

La distance focale de ce verre $= 1,16928$.

Le rayon de sa surface antérieure $= 0,49264$.

Le rayon de sa surface postérieure $= -2,40247$.

Le diametre de son ouverture $= 0,452$.

La distance de ce verre au second $= 1,3642$.

La distance focale du second verre $= 0,6138$.

Le rayon de chacune de ſes faces = 0,65.
Le diametre de ſon ouverture = 0,24.
La diſtance de ce verre au troiſieme = 2,592.
La diſtance focale du troiſieme verre = 1,111.
Le rayon de chacune de ſes faces = 1,1776.
Le diametre de ſon ouverture = 0,568.
La diſtance de ce verre au quatrieme = 0,1555.
La diſtance focale du quatrieme verre = 1,022.
Le rayon de chacune de ſes faces = 1,0833.
Le diametre de ſon ouverture = 0,5376.
La diſtance de ce verre au cinquieme = 0,2235.
La diſtance focale de ce dernier verre = 0,6705.
Le rayon de chacune de ſes faces = 0,71.
Le diametre de ſon ouverture = 0,37.
La diſtance de l'œil à ce verre = 0,26.
Le diametre du champ apparent = 1° 59′.
La longueur de la lunette = 12,97978.

184. On demande les dimenſions d'une lunette qui groſſit 49 fois, en ſorte que $m = 49$. Alors $n = \frac{21}{2}$, $np = 7$, $npp' = 147$, $npp'n''' = \frac{147}{2}$, $npp'n'''n^{IV} = 49$; $H' = -\frac{19}{16}$, $L' = -\frac{19}{35}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{3}{4}$, $H''' = \frac{33}{4}$, $L''' = -\frac{33}{29}$, $H^{IV} = \frac{53}{16}$, $L^{IV} = -\frac{53}{37}$.

On trouve donc $\lambda'' = 1,15008$, $\lambda''' = 145,2401$, $\lambda^{IV} = 19,99607$, $\lambda^{V} = 1,60024$. Calculant la quantité Δ, on trouvera $\Delta = 2,60496$; ainſi on aura $\lambda 1 = 2,5022 - 0,08257 \times 2,60496$, & par conſéquent $\lambda 1 = 2,2871$ & $\surd(\lambda 1 - 1) = 1,1345$.

On trouvera donc le rayon de la ſurface antérieure du premier verre de l'objectif = 8,9388, & le rayon de la ſurface poſtérieure = 4,27635.
La diſtance focale de ce verre = 5,4574.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre, au milieu de l'épaiſſeur du ſecond verre de l'objectif, = 0,27746.
La diſtance focale de ce ſecond verre = − 3,33.
Le rayon de chacune de ſes faces = − 3,86279.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du troisieme verre de l'objectif, = 0,27746.
La distance focale de ce troisieme verre = 5,3826.
Le rayon de chacune de ses faces = 5,70556.
Le diametre de l'ouverture de l'objectif = 1,96.
La distance de l'objectif au verre qui le suit = 11,05636.
La distance focale de ce verre = 1,4174.
Le rayon de sa surface antérieure = 0,58152.
Le rayon de sa surface postérieure = − 2,5739.
Le diametre de son ouverture = 0,49.
La distance de ce verre au second = 1,61994.
La distance focale du second verre = 0,7289.
Le rayon de chacune de ses faces = 0,7726.
Le diametre de son ouverture = 0,28.
La distance de ce verre au troisieme = 3,0547.
La distance focale du troisieme verre = 1,1456.
Le rayon de chacune de ses faces = 1,2143.
Le diametre de son ouverture = 0,586.
La distance de ce verre au quatrieme = 0,158.
La distance focale du quatrieme verre = 1,047.
Le rayon de chacune de ses faces = 1,1098.
Le diametre de son ouverture = 0,55.
La distance de ce verre au dernier = 0,2263.
La distance focale du dernier verre = 0,6789.
Le rayon de chacune de ses faces = 0,7196.
Le diametre de son ouverture = 0,3794.
La distance de l'œil à ce verre = 0,258.
Le diametre du champ apparent = 1° 32′.
La longueur de la lunette = 16,92822.

Il est presque inutile d'avertir que toutes ces mesures sont en pouces.

185. On demande les dimensions d'une lunette qui grossit 64 fois : $m = 64$; $n = 12$, $np = 8$, $npp' = 192$, $npp'n''' = 96$, $npp'n'''n^{iv} = 64$; $H' = -\frac{11}{9}$, $L' = -\frac{11}{20}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{3}{4}$, $H''' = \frac{25}{3}$, $L''' = -\frac{25}{22}$, $H^{iv} = \frac{10}{3}$, $L^{iv} = -\frac{10}{7}$.

On trouve $\lambda'' = 1,15008$, $\lambda''' = 148,35748$, $\lambda^{iv} = 20,27853$,

$\lambda^{v} = 1,60024$. Calculant Δ, on trouve $\Delta = 2,18786$; donc on aura $\lambda\,1 = 2,5022 - 0,08257 . 2,18786$, & par conſéquent $\lambda\,1 = 2,3216$ & $\sqrt{(\lambda\,1 - 1)} = 1,1496$.

Ainſi le rayon de la ſurface antérieure du premier verre de l'objectif = 11,94848, & le rayon de la ſurface poſtérieure = 5,52496.

La diſtance focale de ce verre = 7,128.

La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre, au milieu de l'épaiſſeur du ſecond verre de l'objectif, = 0,3624.

La diſtance focale de ce ſecond verre = − 4,34944.

Le rayon de chacune de ſes faces = − 5,04528.

La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre, au milieu de l'épaiſſeur du troiſieme verre de l'objectif, = 0,3624.

La diſtance focale de ce troiſieme verre = 7,0304.

Le rayon de chacune de ſes faces = 7,45216.

Le diametre de l'ouverture de l'objectif = 2,56.

La diſtance de l'objectif au verre qui le ſuit = 14,63584.

La diſtance focale de ce verre = 1,6673.

Le rayon de la ſurface antérieure de ce verre = 0,6703.

Le rayon de ſa ſurface poſtérieure = − 2,7765.

Le diametre de ſon ouverture = 0,5258.

La diſtance de ce verre au ſecond = 1,8757.

La diſtance focale du ſecond verre = 0,8441.

Le rayon de chacune de ſes faces = 0,8947.

Le diametre de ſon ouverture = 0,32.

La diſtance du ſecond verre au troiſieme = 3,517.

La diſtance focale du troiſieme verre = 1,1723.

Le rayon de chacune de ſes faces = 1,2426.

Le diametre de ſon ouverture = 0,598.

La diſtance de ce verre au quatrieme = 0,1599.

La diſtance focale du quatrieme verre = 1,0657.

Le rayon de chacune de ſes faces = 1,1296.

Le diametre de ſon ouverture = 0,558.

La diſtance de ce verre au dernier = 0,2284.

La diſtance focale de ce dernier verre = 0,6852.

Le rayon de chacune de ſes faces = 0,7263.

Le diametre de ſon ouverture = 0,382.

La distance de l'œil à ce verre = 0,257.
Le diametre du champ apparent = 1° 11′.
La longueur de la lunette = 21,3986.

CHAPITRE IV.

Des Microscopes.

186. LE Microscope est un instrument de Dioptrique avec lequel on peut voir clairement & distinctement les objets proches, beaucoup plus grands qu'on ne les verrait à la vue simple. Cet instrument est composé d'un ou de plusieurs verres ayant même axe. Lorsqu'il n'est formé que d'un seul verre, on le nomme microscope simple; & quand il est composé de plusieurs, on le nomme microscope composé.

187. Une lentille convexe de verre d'un foyer très-court, forme le microscope simple. On donne assez communément le nom de *Loupe* à cette lentille. L'objet se place, comme on sait, au foyer de ce microscope. Une petite sphere de verre ou d'eau forme aussi un microscope dont on se sert assez avantageusement. On place l'objet à la distance de cette sphere, égale au quart de son diametre.

188. Ce microscope devant être d'un foyer très-court, & par conséquent former une très-petite lentille, quand on veut qu'il grossisse beaucoup, devient alors d'un usage difficile, tant parce qu'il exige que l'œil & l'objet en soient extrêmement proches, que parce que cette grande proximité de l'objet est cause qu'il est très-difficile, même souvent impossible de l'éclairer autant qu'il serait nécessaire. Ces inconvéniens ne se rencontrent point dans le microscope composé, dont la construction va maintenant nous occuper. Commençons par quelques observations.

189. On observera d'abord que, pour que l'objet s'apperçoive distinctement, il faut que le microscope le représente comme s'il existait à la distance juste de l'œil. Et comme un œil bien

constitué

conſtitué voit diſtinctement à une diſtance conſidérable, on pourra traiter cette diſtance comme infinie, ainſi qu'on l'a fait dans les lunettes. D'où l'on voit que les verres doivent être diſpoſés de maniere que les rayons partis de chaque point de l'objet, ſortent paralleles du dernier.

190. On obſervera encore qu'on entend par amplification, dans ces inſtrumens, le nombre de fois qu'ils font paraître l'objet plus grand que ſi on le voyait à la vue ſimple, à une certaine diſtance qu'on eſtime, pour les vues ordinaires, d'environ huit pouces; enfin que le champ apparent n'eſt autre choſe que la quantité même de l'objet qu'on apperçoit, dont on a repréſenté le demi-diametre par z.

191. Mr. Euler diviſe les microſcopes compoſés, comme les lunettes, en trois eſpeces. Ceux dans leſquels il n'y a point d'image réelle, forment la premiere; ceux dans leſquels il y en a une, forment la ſeconde; & la troiſieme eſt compoſée de ceux qui en ont deux. Les microſcopes de la premiere & de la troiſieme eſpece repréſentent les objets droits, ceux de la ſeconde les repréſentent renverſés. Ces derniers ſont les ſeuls dont nous parlerons, comme poſſédant les meilleures qualités. Nous les ſuppoſerons compoſés de trois verres entre le ſecond & le troiſieme deſquels tombe l'image.

Puiſqu'on a trois verres, on a (43) $m = - \frac{ff'f''}{aa'a''} \cdot \frac{g}{n}$. Mais, dans le cas préſent, n qui marque la diſtance juſte, $= \infty$, & $f'' = \infty$; on a donc $m = - \frac{ff'}{a'a''} \cdot \frac{g}{a}$. Soient $\frac{f}{a'} = - p$ & $\frac{f'}{a''} = p'$; alors $m = pp' \cdot \frac{g}{a}$.

On aura donc $a' = - \frac{f}{p} = - \frac{La}{p}$, $f' = L'a' = - LL' \cdot \frac{a}{p}$, $a'' = \frac{f'}{p'} = - LL' \cdot \frac{a}{pp'} = - LL' \cdot \frac{g}{m}$.

Les intervalles $f + a' = La \left(1 - \frac{1}{p} \right)$, $f' + a'' = - \frac{LL'a}{p} \left(1 + \frac{1}{p'} \right)$.

Les diſtances focales $F = Ha$, $F' = H'a' = - \frac{LH'a}{p}$, $F'' = H''a'' = a''$ parce que, comme $f'' = L''a'' = \infty$, $L'' = \infty$, & par conſéquent $H'' = 1$.

Comme les intervalles entre les verres doivent être positifs, il faut, pour le premier, que $L\left(1-\frac{1}{p}\right)$ soit une quantité positive; & pour le second, que LL' soit une quantité négative. Si donc L est un nombre positif, p doit être un nombre plus grand que l'unité, & L' négatif; & si L est négatif, il faut que p soit plus petit que l'unité, & que L' soit positif.

Le demi-diametre de la portion visible de l'objet $\zeta = a\varphi = \frac{(\pi'-\pi)ag}{-ma-g} = \frac{(\pi-\pi')ag}{ma+g}$. Représentons par Ψ la valeur la plus grande dont π & π' sont susceptibles, & faisons $\pi = r\Psi$, $-\pi' = r'\Psi$. On aura $\zeta = \frac{r+r'}{ma+g}.agΨ = GaΨ$, en faisant $\frac{r+r'}{ma+g}g = G$. Si l'on fait l'oculaire également convexe des deux côtés, on pourra prendre $r' = 1$.

La distance de l'œil à l'oculaire $\theta = \frac{H''a''\pi'}{\pi'-\pi+\varphi} = \frac{a''\pi'}{\pi'-\pi+\varphi}$. Mais $a'' = \frac{LL'a\varphi}{\pi'-\pi+\varphi}$, ce qui donne $\frac{1}{\pi'-\pi+\varphi} = \frac{a''}{LL'a\varphi}$. Donc $\theta = \frac{a''}{LL'a\varphi}.a''\pi' = \frac{F''}{Ga}.\frac{g}{m}$. Pour que cette distance soit positive, il faut que F'' soit positive, & par conséquent que LL' soit une quantité négative, ainsi qu'on l'a observé.

Comme on connoît L' si-tôt qu'on a H', on prendra la formule $H'\pi-\varphi = \frac{LH'a\varphi}{F'} = \frac{La\varphi}{a'} = -p\varphi$, d'où l'on déduit $H'r = (1-p)G$.

L'équation pour la destruction des couleurs, dans le cas de trois verres (82) devient $-\frac{r}{p}+\frac{r'}{pp'} = 0$, d'où l'on tire $p' = \frac{r'}{r} = \frac{1}{r}$, à cause de $r' = 1$; donc $r = \frac{1}{p'}$. Si l'on prend $p' = 1$, le microscope aura le plus grand champ possible, dont le demi-diametre sera alors $\zeta = \frac{2agΨ}{ma+g} = \frac{1}{4}.\frac{2ag}{ma+g}$. Dans la même supposition, $p = \frac{ma}{g}$; ainsi, comme p est plus grand que l'unité, L sera positif; il faut donc que L' soit négatif, & c'est ce qui arrive en effet, puisque H' est négatif. On trouve que $H' = (1-p)G = -\frac{2(ma-g)}{ma+g}$; en sorte que $\frac{ma}{g}$ étant un nombre

très-grand, H' ſera, à peu de choſe près, $= -2$, & par conſéquent $L' = \frac{H'}{1-H'} = -\frac{2}{3}$. On pourra s'en tenir à la ſuppoſition de $H' = -2$; car, quoiqu'alors r ſe trouve un peu plus petite que l'unité, & qu'ainſi les couleurs ne ſoient pas parfaitement détruites, p' demeurant $= 1$, cependant le champ n'y perdra pas ſenſiblement, ſurtout lorſque l'inſtrument amplifie beaucoup; & il n'eſt nullement néceſſaire que les couleurs ſoient entiérement détruites, parce que le lieu de l'œil ſouffre une latitude très-ſenſible.

Puiſque $H' = -2$, $L' = -\frac{2}{3}$, $p = \frac{ma}{g}$ & $p' = 1$, les intervalles des verres ſeront $f + a' = La\left(1 - \frac{g}{ma}\right)$, $f' + a'' = \frac{4}{3} \cdot \frac{Lg}{m}$;

Les diſtances focales $F = Ha$, $F' = \frac{2Lg}{m}$, $F'' = \frac{2}{3} \cdot \frac{Lg}{m} = \frac{1}{3} F'$;

La diſtance de l'œil à l'oculaire $\theta = \frac{F''(ma+g)}{2ma} = \frac{L(ma+g)g}{3m^2a}$,

& par conſéquent, à peu de choſe près, $\theta = \frac{Lg}{3m} = \frac{1}{2} F''$.

Ainſi la longueur de l'inſtrument $= La + \frac{2Lg}{3m}$.

L demeure toujours indéterminée, en ſorte qu'on eſt abſolument le maître de la prendre telle qu'on jugera à propos, pourvu qu'on la prenne poſitive.

L'expreſſion du demi-diametre de la confuſion, dans le cas de trois verres (45), devient, à cauſe de $L'' = \infty$, $H'' = 1$, $H' = -2$, $L' = -\frac{2}{3}$, $\frac{a'}{La} = -\frac{g}{ma}$, $\frac{a''}{LL'a} = -\frac{g}{ma}$,

$\frac{\mu m k^3}{4a^2 g}\left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{Hk} + \frac{g}{L^3 ma}\left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{3\nu}{4}\right) + \frac{27\lambda'' g}{8L^3 ma}\right)$. Soit $\frac{1}{4q^3}$ la limite que la valeur de cette expreſſion ne doit jamais paſſer, on aura, à cauſe de $H = \frac{F}{a}$, $\frac{\mu ma k^3}{F^3 g}\left(\lambda + \frac{H^2\nu}{L} + \frac{H^3 g}{L^3 ma}\left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{3\nu}{4}\right) + \frac{27 H^3 g \lambda''}{8 L^3 ma}\right) = \frac{1}{q^3}$.

Puiſqu'on ſuppoſe $r = r' = 1$, le ſecond & le troiſieme verre doivent être également convexes des deux côtés; ainſi $\lambda' = 1 + \left(\frac{\delta - \gamma}{2\epsilon}\right)^2 (1 - 2H')^2 = 1 + 25\left(\frac{\delta - \gamma}{2\epsilon}\right)^2$, $\lambda'' = 1 +$

$(\frac{\delta-\gamma}{2\varepsilon})^2$. A l'égard de λ, il convient de le prendre égal à l'unité. Soit, pour abréger, $1+\frac{H^2\nu}{L}+\frac{H^3 g}{L^3 m a}\left(\frac{\lambda'}{8}-\frac{3\nu}{4}\right)+\frac{27 H^3 g \lambda''}{8 L^3 m a}=M$ dont la valeur surpassera peu l'unité, pourvu qu'on prenne pour L un nombre médiocre. Comme μ est toujours un nombre qui differe peu de l'unité, on pourra donc prendre $\mu M=1$; ainsi on aura $\frac{m a k^3}{F^3 g}=\frac{1}{q^3}$, & par conséquent $k=\frac{F}{q}\sqrt[3]{\frac{g}{ma}}$. On aura donc le demi-diametre de l'objectif. On pourra supposer $q=20$, & même à un nombre plus grand, afin d'avoir plus de netteté.

Représentant le degré de clarté par le demi-diametre du faisceau de rayons, à son entrée dans l'œil (50), on a, en général, $y=\frac{gk}{ma}$; donc ici $y=\frac{Fg}{qma}\sqrt[3]{\frac{g}{ma}}$. Ainsi, comme lorsque y est égal au demi-diametre de la prunelle qui est d'environ $\frac{1}{20}$ de pouce, la clarté est pleine & entiere, & précisément celle dont on jouit en regardant l'objet à la vue simple, si on représente ce degré de clarté par l'unité, le degré de clarté avec lequel on apperçoit l'objet au travers du microscope, ou la mesure de la clarté, $=\frac{20Fg}{qma}\sqrt[3]{\frac{g}{ma}}$. Au reste, on observera que ce n'est pas précisément par cette quantité, mais par son carré, que la clarté est vraiment représentée.

Quant à l'indéterminée L, on observera de la prendre d'une grandeur telle que la distance focale de l'oculaire ne se trouve pas trop petite, que le microscope ne soit pas trop long, & que pour diminuer sa longueur on ne soit pas obligé de prendre a trop petite. On pourra prendre $L=50$; ainsi $H=\frac{50}{51}$, en sorte que la distance focale de l'objectif sera un peu plus petite que la distance de l'objet a, qu'il paraît qu'on peut fixer, abstraction faite des circonstances particulieres, à un demi-pouce. Il résultera encore de la supposition qui vient d'être faite, que la valeur de la lettre M approchera beaucoup de l'unité, les deux derniers termes de cette valeur pouvant être considérés comme nuls, à cause de leur extrême petitesse.

192. Voyons actuellement quelles seront les dimensions du Microscope.

Comme on a supposé $\lambda = 1$, les rayons des faces de l'objectif $b = \frac{af}{\gamma f + \delta a}$, $c = \frac{af}{\gamma a + \delta f}$. Substituant, pour f, sa valeur La, ensuite $\frac{H}{1-H}$ à la place de L, & au lieu de a sa valeur $\frac{F}{H}$, ils deviendront $b = \frac{F}{\delta - H(\delta - \gamma)}$, $c = \frac{F}{\gamma + H(\delta - \gamma)}$.

Si l'on fait cet objectif, ainsi que les deux autres verres, avec le verre commun, dans lequel $P = 1{,}55$, alors, δ étant $= 1{,}6274$ & $\gamma = 0{,}19078$, on trouve $b = \frac{F}{0{,}2194} = 4{,}5579\,F$, $c = \frac{F}{1{,}5987} = 0{,}6255\,F$; donc, la distance focale F étant $= \frac{50}{51}a$, le rayon de la surface antérieure de l'objectif $= 4{,}4668\,a$, & le rayon de la surface postérieure $= 0{,}6130\,a$.

Prenant $g = 8$, & $q = 20$, on trouve le demi-diametre de l'ouverture de ce verre $k = \frac{0{,}098 \cdot a}{\sqrt[3]{ma}}$.

Sa distance au second verre $= 50\,a - \frac{400}{m}$ pouces.

Comme le second verre est également convexe des deux côtés, le rayon de chacune de ses faces $= 2(P-1)F' = \frac{880}{m}$ pouces, la distance focale de ce verre F' étant $= \frac{800}{m}$ pouces.

Le demi-diametre de son ouverture $= \frac{1}{4}F' = \frac{200}{m}$ pouces.

La distance de ce verre au troisieme $= \frac{533}{m}$ pouces.

La distance focale du troisieme verre $F'' = \frac{267}{m}$ pouces; ainsi ce verre étant également convexe des deux côtés, le rayon de chacune de ses faces $= 2(P-1)F'' = \frac{294}{m}$ pouces.

Le demi-diametre de son ouverture $= \frac{1}{4}F'' = \frac{67}{m}$ pouces.

La distance de l'œil à ce verre $= \frac{133}{m}$ pouces.

La longueur du microscope $= 50 \cdot a + \frac{266}{m}$ pouces.

Le demi-diametre de la portion visible de l'objet $= \frac{4a}{ma+8}$ pouces.

Enfin, la mesure de la clarté $= \frac{16}{m\sqrt[3]{ma}}$.

193. On doit remarquer que l'objectif ne dépend que de la distance a de l'objet, & qu'il peut servir, quelle que soit l'amplification, mais que les deux autres verres dépendent uniquement de l'amplification, en sorte qu'on est obligé de changer ces verres suivant le grossissement qu'on veut avoir. Au reste, cela n'est pas tellement nécessaire qu'on ne puisse amplifier l'objet à volonté, en employant les trois mêmes verres, ainsi que le fait voir M. Euler. Supposons, dit ce grand Géometre, qu'on veuille, avec trois verres convexes dont le dernier ait un foyer trois fois plus court que le second, construire un microscope qui amplifie à volonté.

Soit F la distance focale de la lentille objective, F' celle du second verre, $F'' = \frac{1}{3} F'$ celle de l'oculaire; ces distances focales sont positives, & elles sont données ensemble avec l'amplification m. Les deux dernieres donnent $L = \frac{mF'}{2g}$, & par conséquent $H = \frac{mF'}{mF' + 2g}$.

Le premier verre donne la distance de l'objet $a = \frac{F}{H} = \frac{mF' + 2g}{mF'} F = F\left(1 + \frac{2g}{mF'}\right)$, en sorte que cette distance est toujours un peu plus grande que la distance focale de l'objectif.

L'intervalle entre l'objectif & le second verre $= \frac{(mF' + 2g)F - gF'}{2g}$. Ainsi cet intervalle dépend principalement de l'amplification m. On pourra éviter l'inconvénient de l'avoir trop grand, en prénant F & F' aussi petites que la pratique peut le permettre. L'intervalle entre le second verre & l'oculaire, $= 2F'' = \frac{2}{3} F'$.

Pour que ces verres donnent le même champ, & que la clarté soit la même que ci-dessus, il faut 1°., que le rayon de la surface antérieure de l'objectif soit six à sept fois plus grand que celui de la face postérieure; 2°., que les deux autres verres soient également convexes des deux côtés.

Le demi-diametre de la partie visible de l'objet $z = \frac{g}{2m} \cdot \frac{(mF' + 2g)F}{(mF' + 2g)F + gF'}$.

La distance de l'œil à l'oculaire $= \frac{1}{2} F''$, à très-peu près.

Le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif $k = \frac{F}{q} \sqrt[3]{\frac{gF'}{(mF'+2g)F}}$, où l'on doit observer que plus on prendra q au dessus de 20, moins il y aura de confusion.

La mesure de la clarté $= \frac{20gF'}{(mF'+2g)q} \sqrt[3]{\frac{gF'}{(mF'+2g)F}}$. La clarté sera donc d'autant plus grande que la distance focale F sera plus petite. De plus, la clarté est proportionnelle à $\left(\frac{F'}{mF'+2g}\right)^{\frac{4}{3}}$, en sorte qu'il ne faut pas faire F' trop petite.

Enfin le demi-diametre de l'ouverture du diaphragme, qu'il faut placer au lieu de l'image, $= LL'\zeta = \frac{2}{3} L\zeta = \frac{1}{2} F'' \times \frac{(mF'+2g)F}{(mF'+2g)F+gF'}$.

194. Supposons trois verres tels, 1°., que la distance focale F de l'objectif soit de $\frac{1}{2}$ pouce, & que le rayon de la surface antérieure soit six à sept fois plus grand que celui de la surface postérieure ; 2°, que la distance focale F' du second verre également convexe des deux côtés, soit de 1 pouce, en sorte que le demi-diametre de son ouverture soit de $\frac{1}{4}$ de pouce ; 3°., que la distance focale F'' de l'oculaire, qu'on suppose aussi également convexe des deux côtés, soit de $\frac{1}{3}$ de pouce, & dont par conséquent le demi-diametre de l'ouverture est de $\frac{1}{12}$ de pouce. On va voir que certaines parties du microscope qu'on formera avec ces verres, ne dépendent point de l'amplification, tandis que d'autres en dépendent absolument.

Premiérement la distance de l'oculaire au second verre sera toujours de $\frac{2}{3}$ de pouce, pour les yeux bien constitués, en sorte que l'oculaire est éloigné de l'image de $\frac{1}{3}$ de pouce, c'est-a-dire, de sa distance focale. Il faudra, en faveur des myopes & des presbytes, rendre cet intervalle susceptible de changement, par le secours d'une vis au moyen de laquelle on puisse rapprocher ou éloigner l'oculaire du second verre, d'environ un quarantieme de pouce.

Secondement la distance de l'œil à l'oculaire pourra être supposée constamment $= \frac{1}{2} F'' = \frac{1}{6}$ de pouce. Car quoiqu'elle dépende un peu de l'amplification, & qu'elle doive être un peu

plus grande, il n'y a nul inconvénient à la prendre toujours de la quantité qu'on vient de lui assigner, parce que le lieu de l'œil n'exige pas une si grande précision.

Les parties qui varient suivant le grossissement, sont:

1°. La distance de l'objet à la lentille objective, laquelle est, dans le cas présent, $a = \frac{1}{2} + \frac{8}{m}$ pouce, en prenant g de 8 pouces, en sorte que cette distance est toujours plus grande que $\frac{1}{2}$.

2°. L'intervalle entre l'objectif & le second verre $= \frac{m}{32}$ pouce. Il dépend donc entiérement de l'amplification. D'où il suit que pour pouvoir produire le changement que cet intervalle doit éprouver relativement au grossissement qu'on peut se proposer, il faut faire porter la lentille objective par un tuyau particulier.

3°. L'ouverture de la lentille objective dépend encore principalement de l'amplification; car son demi-diametre k sera $= \frac{1}{20}\sqrt[3]{\frac{2}{m+16}}$ pouces, q ayant été pris $= 20$. Il est évident que si on prend k plus petite, la confusion diminue en raison triplée.

4°. Si on veut placer un diaphragme à l'endroit où tombe l'image, c'est-à-dire, à distance égale du second verre & de l'oculaire, il faut que le demi-diametre de son ouverture $= \frac{1}{6} \cdot \frac{m+16}{m+32}$. Si donc l'amplification est très-grande, ce demi-diametre sera d'environ $\frac{1}{6}$ de pouce, & par conséquent son diametre de $\frac{1}{3}$ de pouce, mesure que M. Euler estime pouvoir servir lorsqu'on veut l'objet moins amplifié, en sorte qu'il ne sera nullement nécessaire de changer de diaphragme.

5°. Quant au petit trou auquel il faut appliquer l'œil, on n'aura qu'à le faire d'un demi-diametre égal à y, c'est-à-dire, à $\frac{16k}{m+16}$; en sorte que, dans le cas de $m = 112$, son demi-diametre serait $= \frac{1}{640}$ de pouce. Comme un trou aussi petit serait à peine sensible, on sera certainement obligé de le faire plus grand, ne se permettant toutefois de le faire que le moins grand possible. Il en doit être de même dans les autres cas.

Le demi-diametre z de la portion de l'objet qu'on appercevra, sera $= \frac{4}{m} \cdot \frac{m+16}{m+32}$ pouces, & par conséquent, dans les amplifications

fications conſidérables, il ſera $= \frac{4}{m}$ pouces, ce qui fait une étendue aſſez paſſable.

Enfin, la meſure de la clarté avec laquelle on verra les objets, ſera $= \frac{320.k}{m+16} = \frac{16}{m+16}\sqrt[3]{\frac{2}{m+16}}$, au carré de laquelle, à proprement parler, la clarté doit être cenſée proportionnelle. Si l'on veut voir l'objet groſſi 500 fois, on trouve que la clarté avec laquelle on l'apperçoit eſt 0,00002372 de la clarté avec laquelle on le voit à la vue ſimple. Si donc on le ſuppoſe éclairé par le ſoleil, comme la lumiere de la pleine lune eſt la 300000e partie de celle du ſoleil, ſuivant les expériences de M. Bouguer, ou la 0,000003333, la clarté avec laquelle on apperçoit l'objet, avec le microſcope, eſt plus de 7 fois plus grande que celle de la pleine lune.

195. Si l'on trouve que la clarté ne ſoit pas aſſez grande, en ſorte qu'on ne puiſſe faire amplifier ce microſcope autant qu'on le deſirerait, on pourra l'augmenter conſidérablement, en ſubſtituant à l'objectif deux ou trois verres convexes extrêmement voiſins l'un de l'autre; ſuppoſons-en trois. Comme alors on a cinq verres, $m = -\frac{ff'f''f'''f^{iv}}{a\,a'\,a''\,a'''\,a^{iv}}\cdot\frac{g}{n}$, ou, à cauſe que $n = \infty$, & $f^{iv} = \infty$, $m = -\frac{ff'f''f'''}{a'\,a''\,a'''\,a^{iv}}\cdot\frac{g}{a}$. Soient $\frac{f}{a'} = -p$, $\frac{f'}{a''} = -p'$, $\frac{f''}{a'''} = -p''$, & $\frac{f'''}{a^{iv}} = p'''$, l'image tombant entre le quatrieme & le cinquieme verres. Alors $m = pp'p''p'''\cdot\frac{g}{a}$, & $pp'p''p''' = \frac{ma}{g}$.

Ainſi on aura $a' = -\frac{f}{p} = -\frac{La}{p}$, $f' = L'a' = -\frac{LL'a}{p}$, $a'' = -\frac{f'}{p'} = \frac{LL'a}{pp'}$, $f'' = L''a'' = \frac{LL'L''a}{pp'}$, $a''' = -\frac{f''}{p''} = -\frac{LL'L''a}{pp'p''}$, $f''' = L'''a''' = -\frac{LL'L''L'''a}{pp'p''}$, $a^{iv} = \frac{f'''}{p'''} = -\frac{LL'L''L'''a}{pp'p''p'''} = -LL'L''L'''\cdot\frac{g}{m}$.

Les intervalles entre les verres $f + a' = La\left(1 - \frac{1}{p}\right)$, $f' + a'' = -\frac{LL'a}{p}\left(1 - \frac{1}{p'}\right)$, $f'' + a''' = \frac{LL'L''a}{pp'}\left(1 - \frac{1}{p''}\right)$,

$f''' + a^{IV} = -\frac{L L' L'' L''' a}{p p' p''} \left(1 + \frac{1}{p'''}\right)$. Les deux premiers intervalles devant être très-petits, les deux lettres p & p' doivent être très-peu différentes de l'unité.

Les distances focales $F = Ha$, $F' = H'a' = -\frac{L H' a}{p}$, $F'' = H''a'' = \frac{L L' H'' a}{p p'}$, $F''' = H'''a''' = -\frac{L L' L'' H''' a}{p p' p''}$, $F^{IV} = a^{IV} = -L L' L'' L''' . \frac{g}{m}$.

Le demi-diametre de la portion visible de l'objet $\zeta = a\varphi = \frac{(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi) a g}{-ma - g} = \frac{(\pi - \pi' + \pi'' - \pi''') a g}{ma + g}$. Soient $\pi = r\Psi$, $-\pi' = r'\Psi$, $\pi'' = r''\Psi$, $-\pi''' = r'''\Psi$, Ψ représentant la plus grande valeur dont les lettres π sont susceptibles, c'est-à-dire, $\frac{1}{4}$. On aura $\zeta = \frac{r + r' + r'' + r'''}{ma + g} ag\Psi = Ga\Psi$, en faisant $\frac{r + r' + r'' + r'''}{ma + g} g = G$. Mais les deux derniers verres étant également convexes des deux côtés, r'' & r''' sont égales à l'unité, & on va voir, dans le moment, qu'à cause que p & p' sont très-peu différentes de l'unité, r & r' sont si petites qu'on peut les négliger. Ainsi le demi-diametre de la portion visible de l'objet $\zeta = \frac{2ag}{ma + g}\Psi$, & $G = \frac{2g}{ma + g}$.

La distance de l'œil à l'oculaire $\theta = -\frac{\pi''' F^{IV}}{a\varphi} \cdot \frac{g}{m} = \frac{F^{IV}}{Ga} \cdot \frac{g}{m} = \frac{1}{2} F^{IV} \left(1 + \frac{g}{ma}\right) = \frac{1}{2} F^{IV}$, à très-peu près.

On a ensuite les formules, $H'\pi - \varphi = \frac{L H' a\varphi}{F'} = \frac{L H' a\varphi}{H'a'} = \frac{La\varphi}{a'} = -p\varphi$, $H''\pi' - \pi + \varphi = \frac{L L' H'' a\varphi}{F''} = \frac{L L' a\varphi}{a''} = pp'\varphi$, $H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi = \frac{L L' L'' H''' a\varphi}{F'''} = \frac{L L' L'' a\varphi}{a'''} = -pp'p''\varphi$. La premiere & la seconde donnent $H' r = (1 - p) G$, & $-H'' r' = (pp' - 1) G + r$. Puisque p & p' sont presque égales à l'unité, r & r' sont donc extrêmement petites, en sorte qu'on pourra négliger ces équations. La troisieme donne $H''' = -(pp'p'' - 1) G = -\frac{2(ma - gp'')}{p'''(ma + g)}$, & par conséquent, dans les grandes amplifications, $H''' = -\frac{2}{p'''}$.

L'équation pour la deſtruction des couleurs, dans le cas de cinq verres (84), devient $\rightarrow \frac{r}{p} - \frac{r'}{pp'} - \frac{r''}{pp'p''} + \frac{r'''}{pp'p''p'''} = 0$, dont les deux premiers termes peuvent être négligés à cauſe de l'extrême petiteſſe de r & r', en ſorte que r'' & r''' étant $= 1$, elle ſe réduit à $- 1 + \frac{1}{p'''} = 0$, ce qui donne $p''' = 1$. On aura donc $H''' = - 2$, & $L''' = - \frac{2}{3}$.

Les diſtances focales ſeront donc $F = Ha$, $F' = - \frac{LH'a}{p}$, $F'' = \frac{LL'H''a}{pp'}$, $F''' = \frac{2LL'L''a}{pp'p''} = 2LL'L''.\frac{g}{m}$, $F^{iv} = \frac{2}{3}LL'L''.\frac{g}{m} = \frac{1}{3}F'''$. Les verres étant tous convexes, H doit être poſitive, LH' négative, $LL'H''$ poſitive, & $LL'L''$ auſſi poſitive.

L'intervalle entre le quatrieme & le cinquieme verre $f''' + a^{iv} = \frac{4}{3}LL'L''.\frac{g}{m} = 2F^{iv}$.

L'expreſſion du demi-diametre de la confuſion, dans le cas de cinq verres, devient, à cauſe de $L^{iv} = \infty$, $H^{iv} = 1$, $H''' = - 2$, $L''' = - \frac{2}{3}$, $\frac{a'}{La} = - \frac{1}{p}$, $\frac{a''}{LL'a} = \frac{1}{pp'}$, $\frac{a'''}{LL'L''a} = - \frac{1}{pp'p''}$, $\frac{a^{iv}}{LL'L''L'''} = - \frac{g}{m}$, $\frac{\mu m k^3}{4a^2 g}\left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{HL} - \frac{1}{L^3 p}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu}{L'H'}\right) + \frac{1}{L^3 L'^3 pp'}\left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu}{H''L''}\right) + \frac{1}{8L^3 L'^3 L''^3 pp'p''}(\lambda''' - 6\nu) + \frac{27 g \lambda^{iv}}{8L^3 L'^3 L''^3 ma}\right)$; ſuppoſant que $\frac{1}{4q^3}$ repréſente la limite de la valeur de cette expreſſion, on aura $\frac{\mu m k^3}{a^2 g}\left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{LH} - \text{\&c.}\right) = \frac{1}{q^3}$, équation au moyen de laquelle on déterminera l'ouverture du premier verre.

Chacun des deux derniers verres devant être également convexes des deux côtés, cette condition donnera λ''' & λ^{iv}. Quant à λ, λ', λ'', comme on doit faire en ſorte que le premier membre de l'équation ait la plus petite valeur poſſible, il faudra ſuppoſer chacun d'eux égal à l'unité. On obſervera que la quantité $LL'L''$ doit toujours paſſer une certaine limite, dans la crainte que, pour les groſſiſſemens conſidérables, les deux derniers verres ne ſe trouvent trop petits. C'eſt pourquoi, comme cette quantité doit être poſitive, ſuppoſons-la $= N$, en ſorte qu'on puiſſe conſidérer N comme un nombre donné; des-lors les deux der-

niers termes de ce premier membre, ſont déterminés par eux-mêmes. Il ne reſte donc plus que les trois premiers, qu'il faut chercher à rendre les plus petits poſſibles, obſervant qu'on peut écrire l'unité à la place des lettres p & p'. Or on obtiendra aſſez ce qu'on cherche en prenant égales entr'elles les trois quantités H, $-LH'$ & $LL'H''$, en ſorte que les diſtances focales F, F', F'' ne différent d'être égales qu'autant que les lettres p & p' ſont différentes de l'unité. L'égalité des deux premieres quantités donne $H' = -\frac{H}{L} = -\frac{1}{L+1}$; donc $L' = \frac{H'}{1-H'} = -\frac{1}{L+2}$. L'égalité de la ſeconde & de la troiſieme donne $H'' = -\frac{H'}{L'} = -\frac{L+2}{L+1}$; donc $L'' = -\frac{L+2}{2L+3}$. Comme on a $LL'L'' = N$, on peut déterminer toutes ces lettres en N. On trouvera $L = \frac{3N}{1-2N}$, $H = \frac{3N}{1+N}$, $L' = -\frac{1-2N}{2-N}$, $H' = -\frac{1-2N}{1+N}$, $L'' = -\frac{2-N}{3}$, $H'' = -\frac{2-N}{1+N}$. Subſtituant dans l'équation ci-deſſus, elle devient λ, λ', λ'' étant $= 1$, $\frac{\mu m k^3}{a^2 g}\left(\frac{(1+N)^3}{27N^3} + \frac{\nu(1-2N)(1+N)}{9N^2} + \frac{(1+N)^3}{27N^3 p}\left(1 - \frac{\nu(1-2N)(2-N)}{(1+N)^2}\right) + \frac{(1+N)^3}{27N^3 pp'}\left(1 - \frac{3\nu(2-N)}{(1+N)^2}\right) + \frac{g}{8N^3 ma}(\lambda''' - 6\nu) + \frac{27g\lambda^{IV}}{8N^3 ma}\right) = \frac{1}{q^3}$.

Repréſentant par M tout ce qui eſt entre les deux parentheſes, on aura $M = \frac{(1+N)^3}{27N^3}\left(1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{pp'}\right) - \frac{\nu(1+N)}{27N^3}\left(3N(2N-1) + \frac{(1-2N)(2-N)}{p} + \frac{3(2-N)}{pp'}\right) + \frac{g}{8N^3 ma}(\lambda''' - 6\nu) + \frac{27g\lambda^{IV}}{8N^3 ma}$, qui, ſi N eſt un nombre conſidérable, & que les lettres p & p' ſoient cenſées égales à l'unité, ſe réduit à $M = \frac{3-8\nu}{27}$, valeur beaucoup plus petite que ſi la lentille objective était ſimple & même double, & alors k aura une valeur plus grande, laquelle ſera $= \frac{1}{q}\sqrt{\frac{a^2 g}{\mu m M}}$, & donnera le demi-diametre de l'ouverture de la lentille objective, pourvu cependant qu'il ne ſoit pas plus grand que la figure de cette lentille ne le permet. Ayant trouvé k, on aura $y = \frac{gk}{ma}$, & la meſure de la clarté $= \frac{20gk}{ma}$.

196. Si l'on prend N un nombre très-grand, on aura, à très-peu près, $L = -\frac{3}{2}$, $H = 3$, $L' = -2$, $H' = 2$, $L'' = \frac{N}{3}$, $H'' = 1$, & $M = \frac{1}{27}\left(1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{pp'}\right) - \frac{\nu}{27}\left(6 + \frac{2}{p}\right)$.

Soient les intervalles entre le premier & le second verre, & entre le second & le troisieme $= \frac{1}{10} F = \frac{1}{10} Ha$. Comparant avec les expressions de ces intervalles $La\left(1 - \frac{1}{p}\right)$, $-\frac{LL'a}{p}\left(1 - \frac{1}{p'}\right)$, on trouve $p = \frac{5}{6}$, $p' = \frac{12}{13}$; & par conséquent $M = \frac{7}{54} - \frac{14\nu}{45}$.

Considérant comme donnée la distance focale F du premier verre, on trouve, en employant la valeur exacte de H, que la distance de l'objet $a = \frac{1+N}{3N} F = \frac{1}{3} F\left(1 + \frac{1}{N}\right)$.

Les distances focales du second & du troisieme verre $F' = \frac{6}{5} F$, $F'' = \frac{13}{10} F$.

Si l'on considere comme donnée la distance focale F''' du quatrieme verre, on pourra s'en servir pour déterminer N. Car on a $F''' = 2\, LL'L''.\frac{g}{m} = 2\, N.\frac{g}{m}$; donc $N = \frac{m F'''}{2g}$.

La distance du troisieme verre au quatrieme $f'' + a''' = Na\left(\frac{13}{10} - \frac{g}{ma}\right) = \frac{13\, ma F'''}{20\, g} - \frac{1}{2} F''' = \frac{13\, mF F'''}{60\, g} + \frac{13}{30} F - \frac{1}{2} F'''$. Ainsi cet intervalle dépend principalement de l'amplification, en sorte qu'il faut alonger l'instrument à proportion qu'on veut qu'il grossisse davantage. Mais en prenant, comme on l'a fait ci-dessus, la distance de l'objet d'un demi-pouce, cet intervalle est plus grand, à grossissement égal, que l'intervalle entre la lentille objective & le second verre du microscope précédent; ainsi le microscope dont il s'agit actuellement, est plus long que celui-là. Le moyen de diminuer cet intervalle & par conséquent de raccourcir l'instrument, est de prendre plus petite la distance de l'objet. Mais, en la prenant plus petite, on s'expose à rendre trop petite l'ouverture du premier verre, sur laquelle elle influe. Tout ce qu'on peut se permettre, pour raccourcir le microscope, en ayant égard à cette considération, c'est de prendre la dis-

tance de l'objet de 5 lignes au lieu de la prendre de 6, car l'ouverture du premier verre ſera encore ſenſiblement la même; le microſcope ſe trouvera raccourci de plus d'un ſixieme.

La diſtance de l'objet étant donnée, l'ouverture du premier verre ne dépend plus que du groſſiſſement. Car, ſuppoſant toujours les lentilles formées de verre commun pour lequel $P = 1{,}55$, on a $\nu = 0{,}23$; ainſi $M = 0{,}0581$: ſuppoſant donc $a = \frac{5}{12}$ de pouce, $q = 20$, & $g = 8$, on aura, μ étant à peu de choſe près $= 1$, $k = \frac{0{,}145}{\sqrt[3]{m}}$.

Le degré de clarté y ſera donc $= \frac{2{,}784}{m\sqrt[3]{m}}$, & la meſure de la clarté $= \frac{55{,}68}{m\sqrt[3]{m}}$.

197. Soit la diſtance focale du premier verre $F = \frac{5}{4}$ de pouce, en ſorte que la diſtance de l'objet ſoit d'environ $\frac{5}{12}$ de pouce. Soit de plus $F''' = 1$ pouce; F^{IV} ſera $= \frac{1}{3}$ de pouce. Voyons quelles ſeront les dimenſions du microſcope. On ſe ſouviendra qu'on a ſuppoſé $\lambda, \lambda', \lambda''$ égales chacune à l'unité, & que dans le verre commun $\delta = 1{,}6274$ & $\gamma = 0{,}1908$.

Le rayon de la ſurface antérieure du premier verre $= \frac{F}{\delta - H(\delta - \gamma)} = -\frac{F}{2{,}6827} = -0{,}4660$ de pouce.

Le rayon de la ſurface poſtérieure $= \frac{F}{\gamma + H(\delta - \gamma)} = \frac{F}{4{,}5008} = 0{,}2777$ de pouce.

La diſtance de ce verre au ſecond $= 0{,}125$ de pouce.

La diſtance focale du ſecond verre $F' = \frac{3}{2}$ de pouce.

Le rayon de ſa ſurface antérieure $= \frac{F'}{\delta - H'(\delta - \gamma)} = -\frac{F'}{1{,}246} = -1{,}2038$ pouces.

Et le rayon de ſa ſurface poſtérieure $= \frac{F'}{\gamma + H'(\delta - \gamma)} = \frac{F'}{3{,}0641} = 0{,}4895$ de pouce.

L'ouverture de ce verre un peu plus grande que celle du premier.

La diſtance de ce verre au troiſieme $= 0{,}125$ de pouce.

La diſtance focale du troiſieme verre $F'' = \frac{13}{8}$ de pouce.

Le rayon de ſa ſurface antérieure $= \frac{F''}{\delta - H''(\delta - \gamma)} = \frac{F''}{\gamma} =$ 8,5212 pouces.

Et le rayon de ſa ſurface poſtérieure $= \frac{F''}{\gamma + H''(\delta - \gamma)} = \frac{F''}{\delta} =$ 0,9985 de pouce.

L'ouverture de ce verre un peu plus grande que celle du ſecond.

La diſtance de ce verre au quatrieme $= \frac{13\,m}{384} + \frac{1}{24}$ pouce.

Le rayon de chacune des faces du quatrieme verre, dont la diſtance focale eſt d'un pouce, = 1,1 pouce.

Le demi-diametre de ſon ouverture $= \frac{1}{4}$ de pouce.

La diſtance de ce verre au cinquieme $= \frac{2}{3}$ de pouce.

Le rayon de chacune des faces du cinquieme verre dont la diſtance focale eſt d'un tiers de pouce, = 0,37 de pouce.

Le demi-diametre de ſon ouverture $= \frac{1}{12}$ de pouce.

La diſtance de l'œil à ce verre $= \frac{1}{6}$ de pouce.

Le demi-diametre de la portion de l'objet qu'on apperçoit $= \frac{1}{2} \cdot \frac{a\,g}{m\,a + g}$.

La diſtance de l'objet $a = \frac{5}{12}\left(1 + \frac{16}{111}\right)$.

La meſure de la clarté étant $= \frac{55,68}{m\sqrt[3]{m}}$, ſi l'on veut voir l'objet groſſi 500 fois, on trouve que la clarté avec laquelle on l'apperçoit avec le microſcope, eſt 0,0001968 de celle dont il paraît à la vue ſimple, & par conſéquent 59 fois plus forte que celle de la pleine lune, s'il eſt éclairé par le ſoleil.

198. Comme dans ces microſcopes, toute eſpece de confuſion n'eſt pas entierement détruite, que, pour que celle ſurtout qui eſt occaſionnée par l'ouverture des verres, ne ſe faſſe pas ſentir, on eſt obligé de diminuer l'ouverture du premier verre, à proportion que le groſſiſſement eſt plus grand, ce qui fait perdre néceſſairement ſur la clarté & l'affaiblit trop, au lieu de ſubſtituer à la lentille objective du microſcope, un objectif compoſé de verres de même eſpece, on lui ſubſtituera un des objectifs à trois verres d'eſpece différente, décrits Ch. V. Partie 1ere., ayant ſoin de renverſer l'ordre des verres, c'eſt-

à-dire, de mettre le troiſieme à la place du premier. Comme cet objectif eſt exempt non-ſeulement de la confuſion occaſionnée par la diverſe réfrangibilité de la lumiere, mais encore de celle qui eſt dûe à l'ouverture des verres, on pourra lui conſerver la même ouverture pour tous les groſſiſſemens; en ſorte que le microſcope aura alors l'avantage de faire voir les objets avec beaucoup plus de clarté que les précédens & avec toute la netteté poſſible. L'objet ſe placera toujours au foyer de cet objectif, que l'on prendra d'un demi-pouce.

199. Si l'on employe le premier des deux objectifs dont il s'agit, ſa diſtance focale étant ſuppoſée d'un demi-pouce, le diametre de l'ouverture ſera = 0,07883 de pouce, la diſtance focale du verre qui eſt alors le premier = 0,2197; le rayon de chacune de ſes faces = 0,2329; la diſtance focale du ſecond verre, lequel eſt de flintglaſs, = − 0,1359; le rayon de chacune de ſes faces = − 0,1577; la diſtance focale du troiſieme verre = 0,2227; le rayon de ſa ſurface antérieure = 0,1637, & celui de ſa ſurface poſtérieure = 0,4233. La diſtance du milieu de l'épaiſſeur d'un verre au milieu de l'épaiſſeur du ſuivant, = 0,0113.

200. Il y aurait encore à gagner à ſubſtituer un des objectifs compoſés des deux eſpeces de verres, dont les dimenſions ont été données dans la ſeconde note du 5me. Chapitre de la premiere Partie, parce qu'ils ſupportent plus d'ouverture, & qu'ainſi on a plus de clarté. Suppoſons qu'on employe le premier. Suppoſant auſſi ſa diſtance focale d'un demi-pouce, le diametre de l'ouverture ſera = 0,1372, la diſtance focale du premier verre = 0,284, le rayon de chacune de ſes faces = 0,301; la diſtance focale du ſecond = − 0,229, le rayon de chacune de ſes faces = − 0,274; la diſtance focale du troiſieme verre = 0,375, le rayon de ſa ſurface antérieure = 0,644, & le rayon de ſa ſurface poſtérieure = 0,287. La diſtance entre le milieu de l'épaiſſeur d'un verre & le milieu de l'épaiſſeur du ſuivant, = 0,019.

La diſtance de l'objectif compoſé au premier oculaire = $\frac{m}{32}$.

201. On fera très-bien de conſtruire les oculaires avec du flintglaſs, parce qu'ils auront plus d'ouverture & que par conſéquent on aura plus de champ. Si on emploie du flintglaſs, pour

pour lequel le rapport de réfraction ſoit 1,58, prenant la diſtance focale du premier oculaire, d'un pouce, le rayon de chacune de ſes ſurfaces ſera = 1,16 de pouce, & le diametre de ſon ouverture = 0,58; la diſtance focale du ſecond oculaire étant de 0,333 de pouce, le rayon de chacune de ſes ſurfaces ſera = 0,376, & le diametre de ſon ouverture = 0,188.

202. Si l'on emploie du flintglaſs, pour lequel le rapport de réfraction ſoit 1,60, le rayon de chacune des ſurfaces du premier oculaire = 1,2 de pouce, le diametre de ſon ouverture = 0,6; le rayon des ſurfaces du ſecond = 0,4, & le diametre de ſon ouverture = 0,2.

On placera ces deux oculaires à $\frac{2}{3}$ de pouce de diſtance l'un de l'autre, laiſſant toutefois au ſecond la liberté de s'approcher ou de s'éloigner du premier, ſuivant l'eſpece de vue de l'obſervateur.

La diſtance de l'œil au ſecond oculaire = 0,167 de pouce.

La meſure de la clarté = $\frac{20gk}{ma}$.

Le diametre de la portion viſible de l'objet = $\frac{ag}{ma+g}$.

Si l'on veut voir l'objet groſſi 500 fois, la clarté, en employant le premier des deux objectifs précédens, eſt 0,0006358 de celle avec laquelle on l'apperçoit à la vue ſimple, & par conſéquent plus de 192 fois plus grande que celle de la pleine lune, en le ſuppoſant éclairé par le ſoleil; ſi c'eſt le ſecond de ces deux objectifs qu'on a introduit dans le microſcope, la clarté eſt alors 0,0019272 de celle avec laquelle on apperçoit l'objet à la vue ſimple, & par conſéquent 584 fois plus forte que celle de la pleine lune, en ſuppoſant qu'il reçoive la lumiere du ſoleil.

Ayant une lunette ou un microſcope qu'on reconnait avoir été conſtruit d'après la Théorie de Mr. Euler, on veut ſavoir combien cet Inſtrument groſſit, & quel en eſt le champ.

Soient F, F', F'', F''', &c., les diſtances focales des verres, A, A', A'', &c., les intervalles entre ces verres.

Dans les lunettes, on a en général $m = \frac{ff'f''f'''\ \&c.}{a'a''a'''a^{iv}\ \&c.}$. Mais $f = F, f' = L'a'$; $f'' = L''a''$, &c., $a'^{(m-1)} = F'^{(m-1)}$; ainſi $m = \frac{L'L''L'''\ \&c.\ F}{F'^{(m-1)}}$. Il faut donc trouver L', L'', L''', &c.

Puiſque $f + a' = A$, on aura $a' = A - f = A - F$. Mais $a' = \frac{F'}{H'}$, donc $H' = \frac{F'}{A-F}$, & par conſéquent $L' = \frac{F'}{A-F-F'}$.

On a $f' + a'' = A'$; donc $a'' = A' - f' = A' - L'(A-F)$; donc, à cauſe que $a'' = \frac{F''}{H''}$, on aura $H'' = \frac{F''}{A'-L'(A-F)}$; d'ou l'on trouve $L'' = \frac{F''}{A'-L'(A-F)-F''}$.

On trouvera de même $L''' = \frac{F'''}{A''-L''(A'-L'(A-F))-F'''}$;

$L^{IV} = \frac{F^{IV}}{A'''-L'''(A''-L''(A'-L'(A-F)))-F^{IV}}$, &c.

On voit donc que pour connaître le nombre de fois que groſſit une lunette, il faut meſurer les diſtances focales & les intervalles de ſes verres. Si elle eſt achromatique, on ſe contentera de meſurer la diſtance focale de l'objectif, ſans meſurer celle des verres qui le compoſent. Au reſte on doit s'attendre à n'avoir le groſſiſſement qu'à peu-près, à cauſe des erreurs qu'on commet toujours dans les meſures.

Suppoſons que pour la lunette du N°. 171, les meſures ayent donné de même que le calcul, $F = -7$, $F' = 4{,}76$, $F'' = 0{,}7$, $F''' = 1{,}4$, $F^{IV} = 0{,}56$; $A = 0{,}14$, $A' = 14{,}98$, $A'' = 3{,}185$. On trouvera $L' = 2$, $L'' = \infty$, $L''' = -\frac{14}{\infty . 7}$, & par conſéquent $L'' L''' = -2$. D'ou l'on trouve le groſſiſſement $m = 50$.

Suppoſons une lunette compoſée d'un objectif achromatique dont on ait trouvé la diſtance focale (que nous repréſenterons par F,) de 9 pouces, & de quatre autres verres dont les diſtances focales $F' = 1{,}15$, $F'' = 0{,}57$, $F''' = 0{,}71$, $F^{IV} = 0{,}52$; ſuppoſons qu'on ait trouvé les intervalles $A = 7{,}85$, $A' = 1{,}34$, $A'' = 2{,}49$. On aura $L' = -\frac{1}{2}$, $L'' = 3$, $L''' = -\frac{71}{57}$; d'ou l'on trouvera le groſſiſſement $m = 36{,}56$, qui n'excede le véritable que de 0,56.

Quand on aura le groſſiſſement, il ſera facile de connaître le champ apparent, en ſe ſervant de la formule qui appartient à l'eſpece de lunette dont il s'agit.

S'il eſt queſtion d'un microſcope de l'eſpece de ceux dont on a aſſigné les dimenſions ci-deſſus, la diſtance de l'objectif au premier oculaire fera trouver aiſément le nombre de fois dont il amplifie les objets.

F I N.

ADDITIONS.

Ces Additions ſont tirées d'un excellent Recueil de Mémoires ſur la Méchanique & la Phyſique, par Mr. l'Abbé ROCHON, *que nous n'avons été à portée de connaître que lorſque l'impreſſion de cet Ouvrage était finie.*

MR. l'Abbé Rochon donne dans ce Recueil la méthode ſuivante de meſurer la diſperſion, qui eſt infiniment ſupérieure à toutes les autres.

Il place l'un ſur l'autre deux priſmes égaux, de maniere que les plans qui paſſent par les axes de leurs baſes, & qui les coupent en deux, ſuivant leur longueur, ſoient parfaitement paralleles. Il les rend mobiles circulairement ſur leur centre. Lorſque le tranchant de l'un répond au dos de l'autre, leur effet ſur la lumiere eſt nul; & quand les deux tranchants ſe répondent, il eſt le plus grand; en ſorte qu'en faiſant décrire 180° à ces priſmes, il croît & paſſe par tous les degrés intermédiaires, & qu'ainſi ils forment un priſme compoſé qui équivaut ſucceſſivement à tous les priſmes de tous les angles poſſibles, depuis zéro juſqu'à la ſomme des angles de ces deux priſmes. Il détermine l'angle du priſme qui correſpond au priſme compoſé, dans une poſition quelconque des deux priſmes, en obſervant les arcs que ces priſmes ont décrits depuis leur premiere poſition; ce qui eſt facile, en les montant ſur deux cercles de cuivre concentriques entr'eux & avec les mouvemens des priſmes, d'un rayon un peu grand, & bien diviſés.

Mr. l'Abbé Rochon place ce priſme variable devant l'objectif d'une bonne lunette achromatique, moyennant quoi il groſſit les effets des priſmes, & par-là rend ſenſibles, dans la réfraction ou la diſperſion, des différences qui ont échappé à tous les Obſervateurs. Il nomme *Diaſporametre* l'inſtrument que forment enſemble la lunette & le priſme variable.

Entre le priſme variable & l'objectif de la lunette, il pratique une couliſſe deſtinée à recevoir & retenir les priſmes de toutes les ſubſtances tranſparentes dont il veut comparer la diſperſion à celle du verre dont il a formé ſon priſme variable. Il donne à ces priſmes le même angle que celui qu'il a donné à chacun des priſmes qui le compoſent. Il a employé pour ce priſme le verre ordinaire de St. Gobin, & il a fait les deux priſmes qui le compoſent chacun de cinq degrés.

L'uſage de cet inſtrument eſt très-ſimple. Mr. l'Abbé Rochon place dans la couliſſe, entre l'objectif & le priſme variable, le priſme dont il veut déterminer la diſperſion; regardant enſuite à travers la lunette & les priſmes, un papier blanc bien éclairé, il varie la poſition ou l'angle du priſme variable, juſqu'à ce que l'image du papier lui paraiſſe parfaitement diſtincte & ſans frange de couleur. Il prend ſur les cercles de cuivre diviſés, l'écartement des deux priſmes mobiles; il en conclut l'angle du priſme variable, & par conſéquent le rapport de la diſperſion de la matiere qu'il éprouve à la diſperſion du verre dont il a formé ſon priſme variable.

C'eſt ainſi que Mr. l'Abbé Rochon a trouvé que les diſperſions du Crownglaſs, d'une eſpece de Flintglaſs peſant 1260 grains le pouce cube, d'une autre eſpece de Flintglaſs qui n'en peſait que 1196, ſont à celle du verre de St. Gobin reſpectivement, comme 99, 152 & 145 à 100.

Il a trouvé auſſi pour le rapport de réfraction, en paſſant de l'air dans le verre de St. Gobin, le Crownglaſs, la premiere & la ſeconde eſpece de Flintglaſs, 1,542, 1,549, 1,613, 1,692.

Lorſqu'on n'a pas des plaques de verre aſſez épaiſſes pour conſtruire les objectifs, on peut leur donner l'épaiſſeur convenable par un moyen extrêmement ingénieux qu'a employé Mr. l'Abbé Rochon, pour conſtruire un objectif de ſix pouces de diametre, avec

des plaques de Flintglaſs très-minces. « Dès que j'eus détruit, dit Mr. l'Abbé Rochon, toutes les parties de mon plateau de Flintglaſs, que je reconnus être défectueuſes, en les uſant avec du grès & un outil de fer triangulaire, j'expoſai mon verre à un feu aſſez violent pour l'amollir : ce verre était placé dans un four propre à courber les glaces ; il poſait ſur un moule de terre convexe de la courbure que je voulais lui donner: auſſi-tôt qu'il fut amolli, je le fis refouler avec des pinces de fer, obſervant d'éviter les plis ; ce refoulement fut ſi bien ménagé, que mon plateau, qui n'avait que trois lignes d'épaiſſeur, s'enfla de maniere à avoir près d'un pouce d'épaiſſeur vers ſes bords ; & à l'inſtant qu'il n'eut que cinq pouces de diametre, je l'enfermai par un anneau de ſix pouces de diametre & de huit à neuf lignes d'épaiſſeur ; cet anneau était deſtiné à contenir les bords du verre amolli, dans la juſte épaiſſeur qu'il convenait de lui donner ; & un ſecond moule de terre, de la courbure néceſſaire à la ſurface ſupérieure du verre, acheva de lui donner, par ſon poids, la forme qu'il importait de lui procurer, pour qu'on fût diſpenſé en le taillant, d'un long travail, & que l'on perdit le moins poſſible de cette précieuſe ſubſtance. C'eſt ainſi que je me ſuis procuré des morceaux de flintglaſs propres, par leur épaiſſeur & leur diametre, aux plus grands objectifs. »

On trouve encore dans le même Recueil, où le génie étincelle à chaque page, qu'on peut perfectionner les lunettes achromatiques en interpoſant un fluide entre les verres qui compoſent les objectifs. Dans le travail des grands verres ſur-tout, il eſt bien difficile de donner aux ſurfaces une courbure parfaitement égale dans toute leur étendue ; en ſorte qu'on ne peut gueres ſe flatter d'obtenir des verres qui produiſent tout l'effet qu'on en attendait. On ſent combien ce défaut de ſphéricité dans les ſurfaces des verres qui compoſent un objectif achromatique, peut le rendre inférieur à ce qu'il devrait être. Mr. l'Abbé Rochon nous apprend que l'on diminue conſidérablement l'effet des imperfections des ſurfaces internes de ces verres, en introduiſant un fluide diaphane entr'eux. Mrs. le Chev. de Borda, le Gentil & Caſſini, chargés par l'Académie des Sciences de répéter les Expériences que Mr. l'Abbé Rochon avait faites à ce ſujet, en rapportent une des plus déciſives, que voici. Ils prirent une lunette achromatique à deux verres, de trois pieds de longueur, & d'environ trois pouces d'ouverture. Ayant éloigné l'un de l'autre les deux verres qui compoſaient l'objectif, d'environ ſix lignes, ils introduiſirent un verre de Boheme, mince & non travaillé. Alors ils ne purent déchiffrer les caracteres d'un écriteau mobile, que lorſqu'ils l'eurent approché à la diſtance de cinq toiſes trois quarts. Ayant laiſſé la lunette à la même place, ils remplirent d'eau pure l'eſpace compris entre les verres de l'objectif ; ils diſtinguerent alors parfaitement ce qu'à peine ils pouvaient déchiffrer auparavant ; & ce ne fut qu'après avoir éloigné l'écriteau de 31 toiſes, qu'ils eurent autant de peine à lire les caracteres, qu'ils en avaient eu auparavant, lorſqu'il était à cinq toiſes trois quarts.

CORRECTIONS OMISES.

Page 17, ligne 24, après d'atteindre, *liſez*, après que d'atteindre.
Page 40, ligne 28, exrêmement peu, *liſez*, infiniment peu.
Page 54, ligne 22 de la note, ainſi il eſt très-facile de, *liſez*, ainſi on pourra.
Page 124, ligne 3 de la note, *Effacez* toutefois.
Page 186, ligne 11, jugea, *liſez*, il jugea ; ligne 12, ces, *liſez*, ſes.
Page 187, ligne 35, pourraient, *liſez*, pouvaient.

APrès avoir cherché vainement où je pourrais placer l'Eloge ſuivant, je me ſuis flatté qu'on me pardonnerait de le mettre ici. Cet Eloge, qui ne doit être conſidéré que comme un précis hiſtorique, a beſoin de toute l'indulgence de ceux qui ſe donneront la peine de le lire. J'ai cru que je ne pouvais me diſpenſer, malgré mon peu de talent, de rendre un hommage public à la mémoire d'un homme ſupérieur qui m'honora de ſon amitié : c'eſt le ſeul témoignage que j'aiepu lui donner de ma reconnaiſſance.

ÉLOGE DE M. DE MARGUERIE.

JEAN-JACQUES DE MARGUERIE, Lieutenant de Vaiſſeau, de l'Académie Royale de Marine, naquit à Montdeville près de Caen, le 12 Avril 1742, de Jean-Louis-Henri, Chevalier de Marguerie, de la Branche cadette de la Maiſon de Marguerie Vaſſy, & de Demoiſelle Agathe-Cécile-Magdeleine de Flumbert.

Parvenu à l'âge où le préjugé bien plus que la raiſon perſuade qu'on doit commencer à cultiver l'eſprit d'un enfant, il fut envoyé à Caen pour y faire ſes Humanités, c'eſt-à-dire, pour ſuivre ce cours d'études, où, laiſſant les idées pour les ſignes, on forme au plus ſa mémoire. Mr. le Marquis de Vaſſy, ſon parent, le prit chez lui, & crut ne pouvoir mieux faire que de le livrer, pour cette partie de ſon éducation, à la routine des Colleges. Une aptitude naturelle lui fit bruſquer la marche traînante qu'on y ſuit, en ſorte qu'il perdit moins que les autres, de ce tems précieux qu'un uſage abſurde, conſacré par douze ſiecles de barbarie, fait conſumer à apprendre imparfaitement une langue que perſonne ne parle, tandis qu'il ne devrait être employé qu'à acquérir des idées, & ſpécialement celles qui ſont utiles à l'homme vivant en ſociété. Pour le mettre entiérement en poſſeſſion du peu de connaiſſances qu'on peut acquérir au College, on lui fit faire ce qu'on y décore du nom de Philoſophie, & qu'alors on était heureux de pouvoir oublier enſuite.

Deſtiné par ſa famille à un état pour lequel il ne ſe ſentait que du dégoût, il ſe détermina, malgré lui, vers l'âge de dix-huit ans, à ſe livrer au genre d'étude que cet état exige. Au moment où il ſe préparait à y faire les premiers pas, le haſard lui offrit les élémens d'Euclide. La vérité qu'il n'avait encore apperçue qu'enveloppée de nuages, ou étouffée ſous le jargon pédanteſque & gothique des Ecoles, ſe montra alors à ſon eſprit avec cette pureté qui ravit & ſubjugue quiconque eſt fait pour elle. Favoriſé par la nature bien au delà de ce qu'il fallait pour en éprouver le charme dans toute ſon étendue, elle lui inſpira un goût vif & paſſionné que ſon commerce ne fit qu'accroître, & dont un des premiers effets fut de l'écarter pour toujours de la carriere où il alloit entrer, & par une ſuite néceſſaire, de l'empêcher de prendre un état qui ne lui convenait pas. Au reſte, ce triomphe de la Géométrie ne mérite d'être cité que parce qu'il mit à ſa place le jeune de Marguerie, en attachant à cette ſcience un ſujet qui pouvait lui devenir extrêmement utile.

Nous ne dirons point qu'il apprit, ſans ſecours, la Géométrie, & les autres parties des Mathématiques; ce ſerait vouloir lui faire un mérite de ce qui n'en eſt pas un, même dans un homme ordinaire. A peine nous permettrons-nous de dire que ſes progrès furent rapides, & qu'en peu de tems il fut en état d'attaquer & de réſoudre des problêmes très-difficiles.

Trois ou quatre ans après son initiation en Mathématiques, des affaires particulieres le conduisirent à Paris. Après quelque tems de séjour dans cette Capitale, il fit la connaissance de Mr. Fontaine, un des premiers Géometres de l'Europe. M. Fontaine, frappé de lui trouver un talent tout formé, & en aussi peu de tems, prit pour lui l'attachement le plus vif, & alla jusqu'à l'engager à demeurer chez lui. Le jeune Géometre sentit tout le prix de l'avantage qui lui était si généreusement offert, l'accepta avec reconnaissance, & crut ne pouvoir mieux s'en rendre digne, qu'en se livrant tout entier aux sciences. Ses efforts furent couronnés en peu de tems des succès les plus marqués, comme le prouvent plusieurs Mémoires qu'il lut bientôt après à l'Académie des Sciences, & dont nous aurons occasion de rendre compte.

La réputation que lui firent ses premiers travaux, parvint jusqu'à l'Ambassadeur de Russie qui, sûr de plaire à son Illustre Souveraine, chercha à lui attacher un sujet aussi distingué. Ce Ministre fit, dans cette vue, les propositions les plus avantageuses au jeune de Marguerie. Mais ni l'appas d'une fortune assurée & considérable, d'autant plus susceptible de le tenter, que la sienne était alors au dessous de la médiocre, ni celui d'un avancement rapide, ne purent le séduire. Son désintéressement & son amour pour sa Patrie lui firent refuser constamment des offres qui auraient gagné infailliblement un homme ordinaire.

Peu de tems après, Mr. le Comte de Roquefeuil, mort Vice-Amiral de France, également respectable par l'étendue de ses connaissances & par les vertus qu'il tenait immédiatement de la nature, qui aimait les Sciences & ceux qui les cultivent, ayant entendu parler de Mr. de Marguerie avec l'éloge qu'il méritait, s'empressa de le connaître; & pour mieux savoir ce qu'il devait en penser, il consulta M. Fontaine, dont les réponses ne firent que le confirmer dans la haute idée qu'on avait cherché à lui donner des talens du jeune Géometre (*a*). Mr. le Comte de Roquefeuil forma aussitôt le dessein de faire présent à son Corps d'un Géometre qui n'avait qu'à se proposer, pour but de ses travaux, les progrès de la Science navale, pour lui en faire faire de très-grands. Il en parla à Mr. le Duc de Praslin, alors Ministre de la Marine, qui, sur le champ, accorda à M. de Marguerie une Lettre de Garde de la Marine, avec une pension de 600 livres, en y ajoutant la promesse d'un avancement prompt & proportionné à ses talens.

Bientôt après, au mois de Septembre 1768, il fit le voyage de l'Isle de France, sur la Flûte *la Normande*. A peine y fut-il arrivé, que M. le Chevalier Desroches, Gouverneur de cette Isle & de celle de Bourbon, ayant reçu ordre de renvoyer en France tous les Officiers de la Marine, le fit repartir sur *le Sphinx* commandé par Mr. le Comte d'Hector. Pendant la traversée, il fit plusieurs observations & quantité de remarques utiles, ainsi que le prouve le Journal de son retour en France, le seul de tout son voyage qui se soit retrouvé. Ce même Journal contient une description très-bien faite de l'Isle de France, qui mériterait d'être connue.

L'Académie Royale de Marine ayant été rétablie, au mois d'Avril 1769, chercha aussi-tôt à l'acquérir. Quelques obstacles s'opposerent d'abord à ses desirs; le nombre de ses Membres était complet, & le grade de Mr. de Marguerie lui donnait l'exclusion; mais le mérite distingué du sujet qu'elle voulait acquérir, applanit aisément les difficultés, & Mr. le Duc de Praslin l'autorisa, par une lettre du 29 Mai 1770, à l'admettre au nombre de ses Membres.

Quatre excellens Mémoires, dont trois de pure analyse & un sur le système du

(*a*) Mr. Fontaine lui dit qu'il était au moins aussi fort dans l'analyse que lui. Mr. le Comte de Roquefeuil me l'a assuré de vive voix & par écrit. Si ce témoignage avoit besoin d'être appuyé d'un second, postérieur à celui-là, à la vérité, je pourrais rapporter celui de Mr. de la Grange qui, dans une lettre du 24 Février 1774, lui disait, à l'occasion de ses Mémoires: « Je vois avec la plus grande satisfaction que vous avez hérité du génie de feu Mr. Fontaine, & je vous crois destiné à réparer la perte » que les Sciences ont faites par la mort prématurée de ce grand Géometre. »

monde, furent le premier tribut que paya sa reconnaissance à l'empressement que l'Académie avait témoigné de l'acquérir. Ils composaient, pour la plus grande partie, ceux qu'il avait lus, plusieurs années auparavant, à l'Académie des Sciences. Les premiers font voir qu'il avait senti de bonne heure combien il est important de perfectionner l'instrument qui supplée si heureusement à la faiblesse de notre esprit, soit parce qu'il nous épargne une multitude d'idées & de raisonnemens qui nous seraient nécessaires pour franchir des espaces un peu considérables, soit parce qu'il nous ménage des points de repos d'où nous pouvons partir avec toutes nos forces, & atteindre, toujours conduits par lui, à une hauteur à laquelle nous n'eussions jamais soupçonné pouvoir nous élever. C'est particuliérement en l'appliquant à la nature qu'on en reconnaît l'extrême utilité, parce qu'un des moyens de s'assurer si les effets que nous observons tous les jours peuvent être produits par les causes auxquelles nous les attribuons, est de les mesurer, & que nous ne le pouvons que par son secours. Aussi les Géometres les plus célebres se sont-ils efforcés à l'envi de le perfectionner, surtout dans ces derniers tems, que la nature mieux étudiée, a offert plus d'occasions de s'en servir, & que par conséquent la nécessité de le rendre plus étendu & plus subtil, s'est fait sentir davantage.

La résolution des Equations a particuliérement exercé leur sagacité; & cette partie du calcul devait beaucoup aux recherches savantes de Mrs. Euler, Bezout & Fontaine, lorsque son importance fixa les premiers regards de Mr. de Marguerie, & le détermina à s'en occuper. Il trouva, comme ces grands Géometres, une méthode de les résoudre, très-élégante, très-générale, qu'il communiqua à l'Académie des Sciences, au mois d'Octobre 1767, dans le premier des Mémoires cités. Cette méthode fait trouver, avec la plus grande facilité, l'équation dont on connaît la forme de la racine, ce qui est précisément l'objet que Mr. Euler s'était proposé dans ses premieres recherches, & qu'il ne put remplir alors pour le cinquieme degré. Mr. de Marguerie applique sa méthode successivement au troisieme, au quatrieme, au cinquieme degré; & dès la premiere application qu'il en fait, on apprend qu'il y a une infinité de manieres de produire l'équation dont on a la racine, ce qu'on ignorait avant lui, & est un des premiers fruits de sa méthode. Ce qui se fait particuliérement remarquer, c'est la maniere dont il fait descendre l'équation d'un degré, quand cela est possible, comme dans le troisieme degré, & dans le quatrieme par une simplification accidentelle. C'est, sans contre-dit, une des parties les plus estimables de son travail.

Comme ce n'est que par une simplification particuliere, ainsi que le prouve Mr. de Marguerie, & en violant la loi de continuité, qu'on parvient à descendre du quatrieme degré au troisieme, on ne peut pas dire que la résolvante du quatrieme degré soit vraiment du troisieme. Car en se conduisant pour ce degré précisément comme pour le troisieme & le cinquieme, l'équation résolvante qu'il trouve est du sixieme degré; il est vrai qu'elle n'a pas, comme il le prouve, la difficulté de ce degré, & qu'elle ne renferme que des radicaux du troisieme & du second degré.

L'équation résolvante du quatrieme degré montant véritablement au sixieme, on a tout lieu de croire que l'équation qui donne la résolution du cinquieme degré, monte au vingt-quatrieme; c'est aussi ce que conclut Mr. de Marguerie, en faisant observer que sa méthode conduit à trouver cette résolvante. Mais auparavant, il prouve que cette résolvante ne peut être du quatrieme degré, comme l'avait cru Mr. Euler. La preuve qu'il en donne est encore un des avantages de sa méthode. (*b*)

Ce premier travail devait naturellement le conduire à s'occuper de l'élimination des

---

(*b*) Dans la lettre citée ci-dessus, Mr. de la Grange lui disait, en lui parlant de ces recherches: « Votre méthode pour trouver l'équation résolvante d'un degré quelconque, me plaît beaucoup; elle a l'avantage de donner cette équation sous la forme la plus simple qu'il est possible, & je crois que cette méthode peut être aussi d'une très-grande utilité dans beaucoup d'autres occasions. Mais la longueur du calcul pourrait rebuter ceux qui n'auraient pas autant de courage ni de dextérité à le manier que vous. »

inconnues, d'où dépend la réſolution générale des équations, & à chercher au moins à diminuer la longueur des calculs qu'elle exige. C'eſt auſſi ce qu'il fit, & il trouva pour le cas où l'on a deux équations, une méthode très-ingénieuſe qu'il expoſe dans le ſecond des Mémoires cités, laquelle non ſeulement rend le calcul moins pénible, mais, ce qui eſt d'une conſéquence infinie, fait arriver à l'équation finale du plus bas degré poſſible. (*c*)

Dans le troiſieme Mémoire, Mr. de Marguerie traite de la ſommation des ſuites. Les Analyſtes, en s'occupant de la perfection du calcul, arrêtés ſouvent par des obſtacles qui viennent de la nature de la choſe ou des bornes naturelles de l'eſprit, ont été alors obligés d'abandonner la recherche des méthodes ſuſceptibles de donner l'exactitude à laquelle on doit s'efforcer d'atteindre dans les réſultats, & de tourner leurs vues vers les moyens d'en approcher le plus près qu'il eſt poſſible. Les ſuites ſont ce qu'ils ont trouvé de mieux, & l'on doit convenir qu'elles ſont d'une reſſource infinie dans beaucoup d'occaſions. Elles forment même un ſupplément d'autant plus heureux à l'inſuffiſance des méthodes, que parmi elles il s'en trouve de ſommables, & qui donnent par conſéquent très exactement ce qu'on cherche. Malgré les efforts des Géometres qui ont le plus travaillé à perfectionner cette branche du calcul, tels que Mrs. Bernouilli, Stirling, de Moivre, & plus récemment Mr. Euler, elle avait encore beaucoup à acquérir. Mr. de Marguerie le ſentit parfaitement, & en conſéquence chercha à ajouter aux travaux de ceux qui l'avaient précédé dans cette carriere épineuſe. Il embraſſa une très-grande étendue de l'objet, comme le prouve ſon Mémoire où il ne ſe propoſe pas moins que de donner la maniere de ſommer toutes les ſuites dont la ſomme & le terme général ſont des quantités algébriques, lorſqu'elles ſont ſommables; de reconnaître quand elles le ſont; & enfin, d'approcher auſſi près qu'il eſt poſſible de la ſomme de celles dont on a reconnu l'inſommabilité. Quelque vaſte que ſoit ſon projet, on peut aſſurer qu'il le remplit dans ſon entier, en ſuivant une méthode qui a quelque reſſemblance avec la ſeconde méthode du calcul intégral de Mr. Fontaine, ainſi qu'il en convient lui-même.

La ſomme d'une ſuite eſt, comme on ſait, une fonction du nombre qui exprime la diſtance du dernier de ſes termes au premier, & de conſtantes. Comme, au moyen de cette ſomme, on peut avoir facilement tous les termes de la ſuite, Mr. de Marguerie réduit le problême de la ſommation des ſuites, à la recherche de toutes les fonctions poſſibles compoſées d'une indéterminée qui exprime cette diſtance, & de conſtantes; & il eſt évident que cette maniere d'attaquer le problême, ne peut être que très-avantageuſe; car ſi-tôt qu'on aura ces fonctions, on aura auſſi-tôt les ſuites dont elles ſont la ſomme, & par conſéquent toutes les ſuites ſommables poſſibles, ſi l'on a réuſſi à n'oublier aucune de ces fonctions.

Il a donc été obligé de chercher toutes les fonctions poſſibles d'une indéterminée & de conſtantes, problême qu'il réſout d'une maniere qui ne laiſſe rien à deſirer. Dans la multitude de fonctions que peut en donner la ſolution, il ſe contente, par la néceſſité de mettre des bornes à ſon travail, d'en prendre trois qui ont chacune la plus

---

(*c*) Dans la même lettre, Mr. de la Grange lui diſait: « J'ai admiré comment, à l'aide de ſubſtitutions » convenables, vous avez trouvé moyen de ſimplifier le calcul de l'élimination, & ſurtout de vous débar- » raſſer des facteurs inutiles qui font monter l'équation finale a un degré beaucoup plus élevé qu'elle ne » doit être. Je crois que vous êtes le premier qui ait donné le réſultat de l'élimination pour le cinquieme » degré. C'eſt un véritable ſervice que vous avez rendu aux Analyſtes. Mais il ſerait à ſouhaiter que l'on » pût trouver la loi de ces réſultats pour les degrés ſucceſſifs; cela ſerait ſurtout utile pour le cas où l'on » a à traiter des équations numériques. »

La matiere de l'élimination a été traitée, depuis peu, par M. Beſout, d'une maniere infiniment générale & ſimple, dans un Ouvrage ſur la Théorie des équations, plein de génie, & qui a exigé la plus grande force de tête. Cet objet ſi important, puiſque la réſolution générale des équations déterminées en dépend, y eſt abſolument épuiſé; & l'on peut dire que, quand toutes les parties du calcul auront été traitées avec autant d'étendue & de profondeur, cet inſtrument admirable aura acquis toute la perfection dont il eſt ſuſceptible.

grande généralité, & de soumettre à ses recherches les trois classes de suites qu'il est possible d'en déduire.

La sommation d'une suite, quand elle est possible, demandant qu'on en connaisse le terme général, il s'occupe d'abord des moyens de le trouver. En faisant cette recherche, il découvre plusieurs propriétés des suites qu'on ne connaissait pas, par exemple, que plusieurs fonctions essentiellement différentes, peuvent être également la somme d'une même suite. Comme parmi les suites qui composent chacune des classes qu'il examine, il en est un grand nombre d'insommables, il parvient à distinguer celles qui sont sommables de celles qui ne le sont pas, au moyen d'équations de condition qu'il trouve entre les coefficiens constans du terme général, & auxquelles il ne s'agit que de satisfaire pour s'assurer de la sommabilité de la suite dont on a le terme général. Delà il paraîtrait s'ensuivre que, lorsque ces équations ne sont pas satisfaites, on serait en droit d'en conclure l'insommabilité de la suite. C'est cependant ce qui n'est pas. La suite peut n'en être pas moins sommable; & pour s'en assurer, on n'a qu'à changer la forme du terme général, en le multipliant par un facteur convenable, & le comparer ensuite à un autre de forme connue, & auquel répondent de nouvelles équations de condition. Il ne s'agit plus que de voir si les coefficiens constans que le terme général a avant aucune préparation, satisfont aux équations de condition auxquelles conduisent celles qui répondent au terme général avec lequel on a comparé le terme général proposé, après l'avoir préparé. Si ces coefficiens satisfont à ces équations, la suite est sommable; si cela n'a pas lieu, on multipliera le terme général proposé par un nouveau facteur, par un troisieme, &c., & on fera à chaque fois un examen semblable à celui qu'on aura fait lors de la premiere transformation de ce terme. Comme, en se conduisant ainsi, on est exposé à des calculs très-pénibles, que même on ne serait jamais bien sûr de la sommabilité ou de l'insommabilité d'une suite, Mr. de Marguerie évite ces inconvéniens, en cherchant les équations de condition qui doivent avoir lieu entre un certain nombre de termes consécutifs d'une suite, pour qu'elle soit sommable; en sorte que pour s'en assurer, on n'est point obligé de recourir au terme général, ni à aucune préparation de ce terme. Cette partie de son travail est entiérement neuve.

Après avoir considéré les suites dont le nombre des termes est fini, & donné la maniere de les sommer, il considere celles qui sont composées d'un nombre infini de termes, & enseigne à les sommer, quand elles sont sommables. Enfin, pour ne rien laisser à desirer, il donne le moyen d'approcher aussi près qu'on veut de la somme d'une suite qu'on a reconnue insommable. Ainsi il remplit entiérement son objet, pour les trois classes de suites qu'il soumet à ses recherches. (*d*)

Dans son quatrieme Mémoire, Mr. de Marguerie traite, ainsi que nous l'avons dit, du systême du monde. Il y donne d'abord les équations fondamentales, nécessaires pour trouver le mouvement de trois corps lancés dans le vuide, avec des vîtesses & suivant des directions quelconques, qui s'attirent en raison directe des masses, & en raison inverse des carrés des distances. Descendant ensuite au cas le plus simple à résoudre, & le premier à examiner dans l'Astronomie physique, il cherche le mouvement d'un corps qui tourne autour d'un autre qui est immobile, & qui l'attire en raison inverse du carré de la distance. Il trouve tout ce qu'on savait déjà, mais en suivant une marche qui lui est propre. Il cherche ensuite le mouvement de deux corps libres l'un & l'autre, & s'attirant suivant la même loi, & la solution qu'il donne de ce problême, est, comme celle du premier, simple & élégante.

(*d*) « Ce que vous avez fait sur les Séries (lui disait Mr. de la Grange, dans la lettre citée ci-dessus) » mérite également la reconnaissance des Géometres. Quoique vos méthodes ne soient pas tout-à-fait nou- » velles, l'application que vous en avez faite n'en est pas moins intéressante. Il est surtout fort satisfaisant » d'avoir des formules générales toutes calculées, auxquelles on puisse rapporter, sur le champ, chaque » cas particulier. »

Il ne s'était déterminé à s'occuper de ces objets, dans ce mémoire, que parce que ſe propoſant de traiter, dans d'autres qui devaient le ſuivre, & dont on doit le regarder comme le fondement, les points les plus importants du ſyſtême du monde, il ne voulait rien emprunter de perſonne. Le premier de ces nouveaux Mémoires devait contenir une Théorie nouvelle du mouvement de la Lune.

Peu de tems après ſon entrée à l'Académie de Marine, il entreprit l'examen de la Théorie connue de la réſiſtance des fluides. Des expériences faites à l'Orient par Mr. Thevenard, dont il eut connaiſſance, lui en fournirent l'occaſion. Après avoir expoſé cette Théorie, à ſa maniere, avec toutes les objections qu'on peut faire contr'elle, il cherche, au moyen de ces expériences, juſqu'à quel point elle s'éloigne de la vérité. Il trouve que lorſque la ſurface du corps rencontre perpendiculairement le fluide, la réſiſtance qu'il éprouve differe peu d'être proportionnelle au carré de la vîteſſe; & que lorſque ſa ſurface rencontre obliquement le fluide, la réſiſtance eſt très-éloignée d'être proportionnelle au carré du ſinus d'incidence; qu'elle approche davantage d'être comme le ſimple ſinus; que même, lorſque la partie antérieure du corps eſt formée de deux plans inclinés l'un à l'autre, la réſiſtance de l'eau, paſſé un certain angle, ſuit d'aſſez près ce dernier rapport. Il remarque encore que la réſiſtance n'eſt point, toutes choſes égales, comme la ſurface choquée.

Quoiqu'il trouve que, dans le choc direct, la réſiſtance approche beaucoup d'être proportionnelle au carré de la vîteſſe, comme les expériences qui le lui font découvrir n'étaient qu'une très-petite partie de celles qu'avait fait Mr. Thevenard, & n'étaient par conſéquent ni aſſez nombreuſes ni aſſez variées pour ne pas laiſſer ſubſiſter encore quelques doutes ſur la légitimité de cette loi; il propoſe des expériences nouvelles dont les réſultats introduits dans des formules analytiques qu'il donne enſuite, doivent faire découvrir infailliblement la vérité.

Comme on ne ſaurait trop multiplier les expériences, non pour prouver l'inſuffiſance de la théorie dont nous parlons, aſſez démontrée par lui, par Mr. le Chevalier de Borda qui l'avait précédé, & par tous ceux qui ont voulu s'en occuper depuis, mais pour tâcher de découvrir celle qui eſt conforme à la nature; Mr. de Marguerie obſerve, avec raiſon, qu'il eſt indiſpenſable, ſi l'on veut arriver à quelque choſe de certain, de faire les expériences le plus en grand qu'il eſt poſſible; parce que différentes cauſes contribuant, dans les expériences, à produire l'effet total, il faut pouvoir reconnaître pour combien chacune y entre, ce qui ſe fait alors bien plus aiſément & bien plus ſûrement que dans les expériences en petit, où la partie de l'effet total produite par chacune des cauſes agiſſantes, ne pouvant être que très-petite, on court riſque ou de ne la pas remarquer, ou de ne l'appercevoir qu'imparfaitement, ou enfin, ſi quelques parties de l'effet dues aux diverſes cauſes different peu, d'attribuer à l'une de ces cauſes la partie produite par une autre.

Des preuves ſi multipliées d'un grand talent le firent faire Enſeigne de Vaiſſeau, au mois de Décembre 1770, avant ſon rang.

On a vu dans ce que nous avons dit de ſon Mémoire ſur la réſolution des équations, qu'ayant reconnu que l'équation réſolvante du quatrieme degré monte au ſixieme, il en avait conclu, par analogie, que la réſolvante du cinquieme degré doit monter au vingt-quatrieme; & comme ſa methode pouvait la lui donner, il l'aurait cherchée, s'il avait été parfaitement ſûr qu'elle eſt vraiment de ce degré, & qu'elle n'eſt pas de quelque degré inférieur. Il était donc néceſſaire de s'aſſurer du degré de cette réſolvante, & c'eſt ce qu'il entreprit dans un Mémoire ſur la réſolution du cinquieme degré, déposé au Secrétariat de l'Académie de Marine, le 22 Mars 1771, où il démontre que la réſolvante de ce degré eſt véritablement du vingt-quatrieme. Il commence par donner une nouvelle méthode pour trouver la réſolvante d'une équation de tel degré que ce ſoit, plus ſimple & plus facile à employer que la premiere. Il l'applique d'abord au quatrieme degré, & il trouve, comme dans ſon premier Mémoire, que la réſolvante

eſt

eſt du ſixieme. Il parvient enſuite à s'aſſurer que dans le cinquieme, la réſolvante ne peut être du douzieme, du ſeizieme, &c., & il démontre enfin qu'elle eſt du vingt-quatrieme; d'où il conclut que la réſolvante du ſixieme degré eſt du 120e., que celle du ſeptieme eſt du 720e., &c. On ſent combien ce pas difficile a exigé d'adreſſe, de ſagacité & de courage, pour écarter ou vaincre les obſtacles qui s'offraient de toutes parts.

Après avoir montré la route qu'il faut ſuivre pour trouver la réſolvante du cinquieme degré, & fait voir que le calcul en eſt très-praticable, il cherche ce qu'on pourrait faire pour la réſoudre. Ayant réuſſi à décompoſer la réſolvante du quatrieme degré en deux, l'une du troiſieme, l'autre du ſecond, il ſemblerait, à en juger par analogie, que la réſolvante du cinquieme degré devrait dépendre pareillement de trois équations, l'une du quatrieme, l'autre du troiſieme, & enfin d'une du ſecond. Il cherche la premiere indépendamment des deux autres, & fait voir comment on peut la trouver, ſi elle exiſte. Mais venant bientôt à reconnaître que cette recherche exige beaucoup d'eſſais que l'incertitude du ſuccès ne permet pas d'entreprendre, il n'oſe prononcer ſur l'exiſtence ou la non-exiſtence de cette équation.

Depuis ſon retour de l'Inde, le tems qu'il donnait aux ſciences n'était qu'une faible partie de celui dont il jouiſſait. Il diſpoſait du reſte pour acquérir toutes les connaiſſances de ſon état que l'étude & les réflexions peuvent donner, & ce ne fut jamais ſans les étendre bien au delà du beſoin qu'il pourrait en avoir. Mais bien convaincu qu'elles n'étaient qu'une partie de celles que ſon état exige, qu'il ne pourrait acquérir les autres que par de nombreuſes applications de celles-ci, faites à la mer, que même il y en avait que la pratique ſeule pouvait lui révéler, il deſira bientôt faire une nouvelle campagne. Mr. de Monteil, nommé Commandant du Vaiſſeau l'*Actionnaire*, vers le commencement de 1771, pour aller à l'Iſle de France, lui fournit l'occaſion qu'il cherchait. Il demanda à être du voyage, & l'obtint. Ils partirent de l'Orient où le Vaiſſeau fut armé, vers le milieu d'Avril, & furent de retour à Breſt, le 15 Juillet 1772. Il eſt preſque ſuperflu de dire qu'il retira de cette Campagne tout le fruit qu'il s'en était promis, & qu'elle ajouta conſidérablement à ſes lumieres.

Il ne fut pas plutôt à terre, qu'il ſe remit à l'étude de tout ce qui a rapport à la Marine. La conſtitution de l'Académie fut du nombre des objets qui paſſerent ſous ſes yeux pénétrants, & fixa particuliérement ſon attention. En l'examinant, il trouva qu'elle avait été calquée trop exactement ſur celle de l'Académie des Sciences, pour convenir à une Académie de Marine. Perſuadé qu'on pouvait lui en donner une plus avantageuſe & plus analogue à l'état de ſes Membres, il travailla à la découvrir. Il y réuſſit bientôt, & en trouva une qui réunit tous les ſuffrages, & qui eut été ſubſtituée à celle qui exiſte, ſi les circonſtances n'euſſent porté l'attention du Miniſtre ſur des objets qui la demandaient toute entiere.

L'année ſuivante, il parut une nouvelle Ordonnance de la Marine qui excita les plus vives réclamations. Son attachement pour ſon Corps, qu'il portait très-loin, lui fit entreprendre de mettre au grand jour, tous les inconvéniens qu'entraînerait ſon exécution. Tous ceux qui ont eu connaiſſance de ce qu'il fit ſur cet objet, s'accordent à dire qu'on ne pouvait mieux les ſaiſir, qu'aucun ne lui avait échappé, que même il en avait apperçu que lui ſeul, peut-être, pouvait découvrir, qu'enfin, ce travail donnait la plus haute idée de la force & de la juſteſſe de ſon eſprit.

Cet ouvrage lui ayant donné occaſion d'approfondir la conſtitution de ſon Corps, il reconnut qu'elle pouvait être perfectionnée. Né avec cette inquiétude d'eſprit qui porte à réfléchir profondément ſur tout, & avec une chaleur de caractere qui fait tout entreprendre, il ne lui manquait que l'eſpoir de ne pas travailler inutilement, pour le déterminer à s'en occuper. Les circonſtances vinrent bientôt le lui donner, & le mettre à portée de déployer de nouveau ſes talents.

Mr. Turgot ayant paſſé de l'Intendance de Limoges au miniſtere de la Marine,

trop grand pour ſe diſſimuler qu'il ne pouvait l'exercer avec toute la gloire dont il s'était couvert dans l'adminiſtration qu'il quittait, ſans ajouter aux connaiſſances qu'il avait déjà, chercha celles qui lui manquaient chez les Officiers de la Marine les plus éclairés. Mr. de Marguerie lui fut indiqué comme étant un de ceux qui pouvaient lui donner les idées les plus juſtes & les plus étendues ſur différens objets de ſon adminiſtration. Ce grand miniſtre trouva en lui tout ce qu'on lui avait annoncé, & bientôt l'honora de ſa confiance & de ſon amitié. La lecture du Mémoire où Mr. de Marguerie avait ſi parfaitement expoſé tous les inconvéniens de l'Ordonnance de ſon prédéceſſeur, & les entretiens qu'il eut avec lui & d'autres Officiers, ſur ce ſujet, l'ayant pleinement convaincu qu'elle ne pouvait être exécutée ſans préjudicier conſidérablement au Service, jugea que le premier pas qu'il avait à faire était de lui en ſubſtituer une nouvelle qui n'eût aucun de ſes inconvéniens, & fût auſſi avantageuſe que le bien du Service l'exigeait. Obligé d'entreprendre un ouvrage qui ne pouvait être que le fruit de connaiſſances acquiſes dans une longue adminiſtration, il n'eut pas la préſomption de croire réuſſir ſans le ſecours de ceux qui, par leur état & leur expérience, pouvaient l'aider de leurs lumieres & de leurs conſeils. De fréquens entretiens avec Mr. de Marguerie, où il avait ſouvent occaſion de remarquer la juſteſſe & la profondeur de ſes idées, le conduiſirent à penſer que le meilleur parti qu'il avait à prendre, était de le charger de compoſer l'Ordonnance, de la communiquer enſuite aux autres Officiers de la Marine qui auraient le plus de lumieres & d'expérience, pour la porter, par leur ſecours, au plus haut degré de perfection. Mr. de Marguerie chercha à répondre à la confiance du Miniſtre en s'occupant, ſans relâche, de cet important & difficile ouvrage. Il l'avait conſidérablement avancé lorſqu'à la fin du voyage de Compiegne, Mr. Turgot paſſa du Miniſtere de la Marine à celui des Finances où on l'a vu déployer un zele dont il y avait peu d'exemples, & des talens qu'on n'y avait point montrés depuis l'immortel Duc de Sulli. Quoique Mr. de Marguerie fût à peu près certain que ce changement rendait ſon travail inutile, il eut le courage de le continuer & de le finir. Tous ceux auxquels il le fit voir, trouverent qu'il n'avait montré, nulle part, une plus grande ſupériorité d'eſprit, qu'il avait embraſſé ſon objet dans toute ſon étendue, qu'il en avait parcouru toutes les branches avec la plus parfaite intelligence, qu'il l'avait ſuivi juſques dans ſes dernieres ramifications avec une conſtance & une habileté peu communes, & que par-tout on reconnaiſſait un eſprit créateur.

Ces occupations qui ſe ſuccéderent rapidement, durent lui laiſſer peu de tems à donner aux ſciences. Cependant elles ne furent pas entiérement négligées, & il trouva dans ſon goût & dans ſon extrême facilité le moyen de leur être utile. Il compoſa un Mémoire ſur la Statique des Vaiſſeaux, qu'il lut à l'Académie de Marine, au commencement de 1775. Il y conſidérait, à ſon ordinaire, ſon objet dans la plus grande généralité, & le traitait d'une maniere abſolument neuve & originale. Il entreprit auſſi de nouvelles recherches ſur la réſolution des équations du cinquieme degré. Enfin, il compoſa quantité d'articles pour le Dictionnaire de Marine, dont pluſieurs ſont conſidérables.

Bientôt il ſe préſenta une occaſion d'acquérir de nouvelles connaiſſances dans ſon état, qu'il s'empreſſa de ſaiſir. Mr. le Comte de Guichen fut chargé, en 1775, de faire une Campagne d'évolutions. Il demanda à ſervir ſous ſes ordres, & commanda un Cotter nommé *le Moucheron*. Employé fréquemment par le Général, il ſe diſtingua par l'exactitude & l'habileté avec leſquelles il exécuta ſes ordres.

A ſon retour, il s'attacha à l'étude de la ſcience de l'Ordre. Cette ſcience égale à celles qui en méritent le plus légitimement le nom, par la ſolidité, l'évidence & la fécondité des principes, & infiniment ſupérieure à toutes par ſon utilité, lui avait inſpiré une vraie paſſion. Il ſe propoſa de la perfectionner, & il y travailla avec un zele qui montrait juſqu'à quel point il était perſuadé de tout le bien qu'elle peut

faire aux hommes. Ses efforts furent heureux ; & ſi l'illuſtre Queſnay eut la gloire d'en avoir poſé tous les principes, il eut celle de les étendre, & d'en faire beaucoup d'applications nouvelles & importantes. Il était prêt de terminer ſon travail, & on allait bientôt en jouir, lorſqu'une maladie grave vint l'interrompre. A peine convaleſcent, on le força de s'embarquer. Peut-être dut-il à ſa ſupériorité la rigueur avec laquelle on agit à ſon égard. Quoi qu'il en ſoit, ſans conſidérer que ſa ſanté était mal affermie, on l'obligea de partir avec Mr. de Verdun de la Crenne, auquel on avait donné le commandement de la Flûte *la Tamponne*, pour aller à Cronſtad chercher des mâts. Ils appareillerent le premier de Mai 1776.

Ils eurent occaſion de reconnaître, dans le cours de leur navigation, que nos Cartes des côtes de Suede & de Danemarck ſont abſolument défectueuſes, & que les meilleures ſont les Cartes Danoiſes de Mr. Lous. Ils arriverent le 29 Juin à Cronſtad. Ils ſe trouvaient alors trop près de Petersbourg, pour n'être pas tentés de voir ce ſuperbe monument de la puiſſance, de l'art & du génie, & particuliérement l'illuſtre Souveraine qui gouverne la Ruſſie avec tant de gloire. N'ayant qu'un trajet de quelques lieues à faire, ils ſatisfirent aiſément leur curioſité. Ils furent preſentés à l'Impératrice qui les reçut avec une bonté particuliere, s'entretint long-tems avec eux, & les étonna, quoique prévenus, par l'élévation de ſon eſprit & la variété de ſes connaiſſances. Si, après la réception pleine d'intérêt que leur avait fait cette grande Princeſſe, quelque choſe était encore ſuſceptible de les flatter, ce fut celle que leur fit le célebre Mr. Euler, qu'ils s'empreſſerent de voir. Ce grand homme les accueillit, leur parla avec eſtime de ce qu'ils avaient fait, & confirma à Mr. de Marguerie l'éloge qu'il avait donné à ſes travaux (*e*). Ils repartirent de Cronſtad le 24 Juillet, & arriverent à Breſt le 30 Août, où ils trouverent l'ordre de porter leur Chargement à Toulon & d'en rapporter de la Pozzolane. Ils appareillerent le 18 Septembre, arriverent à Toulon le 6 Octobre, en repartirent le 28, eurent lieu de croire les Iſles de Majorque & de Minorque mal jettées ſur les Cartes, & mouillerent dans la Rade de Breſt le 7 Décembre.

Sa Campagne ne rompit pas entiérement le cours de ſes recherches ſur l'économie politique, il les continua toutes les fois qu'il le put, & les termina dès qu'il fut à terre. Il reprit enſuite celles qu'il avait commencées avant la Campagne d'évolutions de l'année précédente, ſur la réſolution des équations du cinquieme degré ; mais les circonſtances ne lui permirent pas de les ſuivre long-tems. Depuis quelques années les Colonies Anglaiſes de l'Amérique ſeptentrionale défendaient leur liberté contre leur Métropole, qui, après l'avoir menacée long-tems, avait enfin tenté de la leur arracher. Ne pouvant comprendre, dans l'excès de ſon indignation, comment elles pouvaient lui réſiſter, elle s'imagina ſollement que quelques Négociants Français qui commerçaient avec elles, leur en fourniſſaient les moyens. Sa haine contre la France la conduiſit bientôt à accuſer le Gouvernement de favoriſer ſecrétement ce qu'elle oſait nommer leur révolte. Pleine de tout l'orgueil qu'inſpire le ſentiment de la liberté, fiere de quelques ſuccès qu'elle n'avait dus preſque tous qu'à la grande ſupériorité de ſes forces, & n'écoutant qu'une fureur aveugle, elle oſa ajouter les menaces aux murmures & aux plaintes, & força la Cour de France d'armer pour protéger ſon commerce & faire reſpecter ſon pavillon. M. de Marguerie dont le zele égalait les talens, fut des premiers à demander à être employé ſur les Vaiſſeaux qu'elle envoyait en croiſiere. Il obtint d'embarquer ſur le *Bien-aimé* commandé par Mr. de Bougainville, célebre par ſon voyage autour du monde. Depuis ce moment juſqu'à celui où nous l'avons perdu, il ne fit plus que de courtes apparitions à terre. Lorſque la Guerre ſe déclara, il paſſa ſur le *St. Eſprit* commandé par Mgr. le Duc de Chartres, & ſe trouva par conſéquent

(*e*) J'ai vu une lettre de ce grand Géometre à Mr. de Marguerie, (que beaucoup d'autres ont vue auſſi) écrite en 1774, qui a été cherchée inutilement dans ce qu'on a pu retrouver de ſes papiers, dans laquelle il lui donnait les mêmes éloges & lui parlait auſſi avantageuſement de ſes Mémoires que le faiſait Mr. de la Grange.

au combat d'Oueſſant (*f*). M. de la Motte-Picquet ayant reçu ordre, l'année ſuivante, c'eſt-à-dire, en 1779, de prendre le commandement de l'*Annibal*, & de ſe rendre à l'Armée de M. le Comte d'Eſtaing en Amérique, M. de Marguerie voulut le ſuivre. Son zele ne pouvait lui être plus funeſte; car au combat naval qui ſuivit la priſe de la Grenade, où l'*Annibal* eſſuya un feu très-vif, il fut atteint d'un boulet de canon qui termina ſa vie.

Le moment où il fut frappé ne fut point celui de ſa mort. Il vécut encore un peu de tems, mais dans un état de ſouffrance qui devait la lui faire déſirer, & qu'il ſupporta ſans murmurer ni ſe plaindre. Il parut même ne s'en occuper que pour en appréhender un pareil, ſoit pour M. de la Motte-picquet, ſoit pour les autres Officiers, ſoit pour l'équipage. Juſqu'à l'inſtant de la mort, il ne ceſſa de s'informer d'eux & de demander des nouvelles du combat. Ainſi la fermeté, l'oubli de ſoi-même, & l'intérêt le plus tendre pour les autres, furent les caracteres uniques de ſes derniers momens.

C'eſt ainſi que fut enlevé, dans ſon été, au Corps de la Marine, un ſujet dont il s'honorait, & aux Sciences un homme de génie fait pour en reculer les limites. On peut croire qu'un ſiecle ou deux plus tard, elles n'auraient point eu à gémir de l'avoir perdu ſi tragiquement. La raiſon humaine ſe perfectionnant peu à peu, graces aux progrès de la philoſophie, notre poſtérité, mieux inſtruite de ſes vrais interêts, ſe gardera d'expoſer les hommes capables d'augmenter la maſſe de ſes connaiſſances. Elle les honorera comme ſes inſtituteurs, & s'attachera à les conſerver. Elle s'y attachera d'autant plus qu'elle ſaura que la nature ne les crée que de loin à loin, que même ce n'eſt pas aſſez qu'elle les produiſe, qu'il faut encore que les circonſtances les placent aſſez favorablement pour pouvoir développer leur génie, & ſe rendre utiles.

Mr. de Marguerie avait reçu de la nature un génie étendu & vraiement original. Dans tous les ſujets qu'il a traités, on remarque de grandes idées, des vues neuves, & une maniere qui n'appartient qu'à lui. Il ne voulait rien emprunter de perſonne. Le ſentiment qu'il avait de ſes forces, lui en faiſait, pour ainſi dire, une loi. Rien ne fait mieux voir peut-être juſqu'à quel point il était en droit d'y compter, que l'excurſion qu'il fit dans la ſcience de l'adminiſtration, qui lui réuſſit ſi parfaitement. Il porta ſes pas ſi avant dans cette nouvelle carriere, qu'on a lieu de croire que, ſi on l'eût élevé à quelqu'une de ces places où l'on eſt chargé d'une ou de pluſieurs branches de l'adminiſtration, il s'y ſerait couvert de gloire. Il eût été d'autant plus ſûr de s'y diſtinguer, que ſon génie aidé de toutes les lumieres dont il eût pu s'environner, l'eût été encore de la connaiſſance des hommes. Il les avait beaucoup étudiés & avec tant de fruit, qu'il pénétrait leur caractere & meſurait l'étendue de leur eſprit avec une juſteſſe & une promptitude ſingulieres. La trempe de ſon ame qui était forte & vigoureuſe, n'eût fait qu'aſſurer ſes ſuccès. Les plus grands obſtacles, il les eût rencontrés dans ſon caractere. Il était généreux, déſintéreſſé, plein de probité & de franchiſe, qualités avec leſquelles on n'eſt pas toujours ſûr de réuſſir. La nature en lui donnant une ame forte, avait ſu y joindre une grande ſenſibilité. Il était profondément affecté des maux qui affligent l'humanité, & ce ſentiment fut ce qui le conduiſit à s'occuper de l'économie politique, cette ſcience ſi éminemment utile, qui peut les faire diſparaître preſque tous, & ramener le bonheur dans toutes les claſſes de la ſociété. Son amitié était ſolide & courageuſe. Il était capable de tout entreprendre, de tout braver pour ſauver un ami.

S'il eut de grandes qualités, on ne peut diſſimuler qu'il n'eût auſſi quelques-uns de ces défauts qui d'ordinaire les avoiſinent, & dont pluſieurs en ſont l'abus ou l'excès. Nous en conviendrons ſans détour, & ſans chercher à les pallier. Il ne ſe ſouvenait

(*f*) Il fut fait Lieutenant de Vaiſſeau, environ ſix mois après, à la promotion de Janvier de 1778.

pas toujours assez que le moyen de se faire pardonner sa supériorité, est de paraître l'ignorer. Sa franchise passait quelquefois les limites au delà desquelles cette qualité cesse d'être estimable ; car, comme il connaissait beaucoup les hommes, peu avaient son estime, & il s'expliquait très-librement sur le compte des autres, dont il faisait peu de cas. Aussi avait-il des ennemis. Avec de grands moyens de se distinguer en tout genre, il ne se pouvait gueres qu'il n'en eût fortement le desir, & il est très-vrai qu'il eût été flatté de jouer un rôle sur la scene du monde, dans lequel il eût pu acquérir de la gloire. Mais en convenant du desir qu'il avait de s'élever, & de paraître au grand jour, il serait injuste de ne pas ajouter que ce desir était dû, en très-grande partie, à celui de faire le bien, que personne, peut-être, ne porta jamais plus loin.

Sa perte a entraîné celle de presque tous ses ouvrages ; car ceux qu'il avait emportés (qui en formaient le plus grand nombre), vraisemblablement dans la vue d'y ajouter & de les perfectionner, ont disparu avec lui, au moins n'a-t-il pas été possible d'en recouvrer aucun ; & c'est certainement un malheur. Mais celui qui mérite le plus d'être regretté, par l'extrême utilité de son objet & par le grand nombre de vues nouvelles qu'il renfermait, c'est inconteſtablement celui qu'il avait composé sur l'économie politique. Il ne nous est resté de tout ce qu'il a fait depuis l'impression de ses premiers ouvrages, que son Mémoire sur la résolution du cinquieme degré, lu en 1771, son Réglement concernant l'Academie de Marine, & une partie des articles qu'il avait composés pour le Dictionnaire. Il y a des raisons de croire que son Ordonnance de la Marine existe aussi.

Il manque des traits à cette faible esquisse, que j'aurais dû peut-être y faire entrer. Mais m'étant imposé la loi de ne rien avancer dont je ne puisse, au besoin, fournir les preuves les moins équivoques, je n'ai pas cru devoir me le permettre. J'aurais pu dire, par exemple, d'après différens témoignages, & particuliérement d'après les deux suivans, qu'on s'était proposé, en divers tems, à l'Académie des Sciences, de recevoir Mr. de Marguerie. Le premier est de Mr. le Comte de Roquefeuil qui, dans une lettre du 11 Décembre 1780, me disait : « Je sais aussi qu'il fut question ici (à Paris) en 1773 ou 1774, de le faire » recevoir à l'Académie des Sciences, & qu'il avait les Géometres pour lui ; mais Mr. de St. Florentin lui » fut contraire, ainsi que je pus le voir par moi-même quand je lui en parlai. Mr. de Marguerie n'eut pas » lui-même cela fort à cœur en ce tems, & me dit que s'il ne l'obtenait pas, il croyait être certain de » faire connaître qu'il le méritait. » Le second est d'un membre de l'Académie des Sciences, qui me dit en 1777, que Mr. de Marguerie avait eu depuis peu les secondes voix, & que son admission dans cette illustre Compagnie était décidée. Mais un autre Académicien ayant cherché à jetter des doutes sur le fait rapporté par Mr. le Comte de Roquefeuil, & n'ayant pu réussir à l'appuyer sur de nouvelles preuves non plus que le second, parce que lorsque j'ai écrit à ce sujet, on ne m'a point fait de réponse, je me suis trouvé réduit à n'oser avancer une chose bien certaine pour moi & pour beaucoup d'autres, mais dont je n'aurais pu convaincre ceux qui affectent de douter de tout.

C'est pour des raisons semblables que je me suis contenté de faire une mention pure & simple de son dernier travail sur le cinquieme degré, sans ajouter qu'il était parvenu à décomposer l'équation résolvante de ce degré, qui est du vingt-quatrieme, en deux du douzieme.

FIN.

TABLE DES CHAPITRES.

PREMIERE PARTIE.

CHAPITRE I. Du Foyer, & de l'Aberration de ſphéricité des rayons de lumiere qui traverſent une ou pluſieurs lentilles. Page 1.

CHAP. II. De la confuſion dans la viſion, de la grandeur apparente, & de la clarté. 17.

CHAP. III. Du champ apparent, & du lieu de l'œil. 30.

CHAP. IV. De l'aberration de réfrangibilité. 41.

CHAP. V. Des objectifs achromatiques. 51.

SECONDE PARTIE.

CHAP. I. Des Lunettes en général. 69.

CHAP. II. Des lunettes qui repréſentent les objets dans une ſituation renverſée. 83.

CHAP. III. Des lunettes qui repréſentent les objets dans leur ſituation naturelle. 120.

CHAP. IV. Des Microſcopes. 160.

FAUTES A CORRIGER.

Page 3, ligne 5, *AF*, *liſez* *Af*.
Page 6, ligne 11, *effacez* donc.
Page 24, ligne 26, même un, *liſez* même à un.
Page 33, dans le dénominateur des expreſſions de a^{IV}, f^{IV} & F^{IV}, au lieu de $\pi - \pi' + \pi'' - \varphi$, *mettez* $\pi'' - \pi' + \pi - \varphi$; & dans le numérateur de l'expreſſion de F^{IV}, au lieu de L_{IV}, *mettez* L^{IV}.
Page 50, ligne 8, dans le ſecond terme de l'équation, au lieu de $L + 1$, *mettez* $L' + 1$.
Page 71, ligne 12, celle, *liſez* celles.
Page 77, ligne 20, on a, (63) *liſez* on a (63),
Page 127, ligne 19, après 0,125 *f*, au lieu d'une virgule, *mettez* un point & virgule.
Page 128, ligne 32, = 2,9091 *f*, *liſez* = 0,9253.
Page 136, ligne 7, obſervevant, *liſez* obſervant.
Page 137, ligne 25, déterminée, *liſez* déterminé.
Page 138, ligne 8, après l'unité, au lieu d'un point & virgule, *mettez* une virgule.
Page 142, ligne 4, au lieu de l'autres, *liſez* l'autre.
Page 146, lignes 20 & 21, au lieu de ſoit, *liſez* ſoient. Cette faute a été faite, par inadvertance, dans pluſieurs endroits de l'ouvrage.
Page 169, ligne 28, entres, *liſez* entre.
Page 177, avant-derniere ligne, *effacez* la virgule dans le numérateur de l'expreſſion de *m*.
Page 179, ligne 7, j'ai, *liſez* j'aye.
Page 181, ligne 2, avait témoigné de l'acquérir, *liſez* lui avait marqué.

EXTRAIT DES REGISTRES
DE L'ACADÉMIE ROYALE DE MARINE.

MRS. BLONDEAU & FORTIN qui avaient été nommés pour examiner un Ouvrage de Mr. DU VAL LE ROY, intitulé *Supplément à l'Optique de Smith*, contenant une Théorie générale des Inſtrumens de Dioptrique, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé qu'on pouvait l'imprimer; & elle a permis qu'on imprime à ſa ſuite l'Éloge de Mr. de Marguerie qu'elle a fait examiner par Mrs. DE LEZEREC, DE LA PRÉVALAYE, GUIDY & BLONDEAU.

A Breſt, le 26 Juillet 1783. Signé, PRÉVALAYE, *Secrétaire de l'Académie.*

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS, PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE: A nos amés & féaux Conſeillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand-Conſeil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra, SALUT. Ayant jugé à propos de confirmer, par notre Réglement du vingt-quatre Avril de la préſente année, l'établiſſement formé, en mil ſept cent cinquante-deux, d'une Académie de Marine, à Breſt, & voulant exciter, autant qu'il eſt poſſible, les progrès des Sciences & des Arts relatifs à la Marine, & encourager les travaux littéraires des Membres qui compoſent ladite Académie; nous avons cru devoir lui accorder nos lettres de Privilége, de faire imprimer tous les Ouvrages qu'elle pourra produire. A CES CAUSES, Nous avons permis à ladite Académie, & Nous lui permettons par ces Préſentes, de faire imprimer par tel Imprimeur qu'elle voudra choiſir, & autant de fois que bon lui ſemblera, de faire vendre & débiter par tout notre Royaume, pendant le tems de douze années conſécutives, à compter du jour de la date des Préſentes, *les Recherches & Obſervations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans ſes Aſſemblées, & les Traités ou Mémoires des Particuliers qui la compoſent, & qui auront été lus dans leſdites Aſſemblées & adoptés par ladite Académie, après avoir fait examiner leſdits Ouvrages, & qu'ils auront été jugés dignes de l'impreſſion.* Faiſons défenſes à tous Imprimeurs, Libraires, & autres perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre obéiſſance; comme auſſi d'imprimer ou faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire leſdits Ouvrages, ni d'en faire aucuns extraits, ſous quelque prétexte que ce puiſſe être, ſans la permiſſion expreſſe & par écrit de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'elle, à peine de confiſcation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre à ladite Académie, ou à celui qui aura droit d'elle, & de tous dépens, dommages & intérêts: A la charge que ces Préſentes ſeront enrégiſtrées tout au long ſur le Regiſtre

de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impreſſion deſdits Ouvrages ſera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, en beau papier & beau caractere, conformément aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du dix Avril 1725, à peine de déchéance du préſent Privilége; qu'avant de l'expoſer en vente, le Manuſcrit qui aura ſervi de copie à l'impreſſion deſdits Ouvrages, ſera remis dans le même état où l'approbation y aura été donnée, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier, Garde des Sceaux de France, le ſieur HUE DE MIROMENIL; qu'il en ſera enſuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre un dans celle de notre très-cher féal Cher., Chancelier de France, le ſieur DE MAUPEOU, & un dans celle dudit ſieur HUE DE MIROMENIL: le tout à peine de nullité des Préſentes, du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie & Ayans cauſe, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Préſentes, qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin deſdits Ouvrages, ſoit tenue pour duement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conſeillers, Secrétaires, foi ſoit ajoutée comme à l'Original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent ſur ce requis, de faire pour l'exécution d'icelles, tous Actes requis & néceſſaire, ſans demander autre permiſſion, & nonobſtant clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires: CAR tel eſt notre plaiſir. DONNÉ à Paris, le dix-ſeptieme jour de Mai, l'an de grâce mil ſept cent ſoixante-quinze, & de notre Regne le deuxieme. Par le Roi en ſon Conſeil. *Signé*, LE BEGUE.

Regiſtré ſur le Regiſtre XIX de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 234, fol. 442; conformément au Réglement de 1723, qui fait défenſe, art. IV, à toutes perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, de débiter, faire afficher aucuns Livres, pour les vendre en leurs noms, ſoit qu'ils s'en diſent les Auteurs, ou autrement; & à la charge de fournir à la ſuſdite Chambre huit Exemplaires, preſcrits par l'art. 108 du même Réglement. A Paris, ce 16 Juin 1775.

Signé, *SAILLANT*, Syndic.

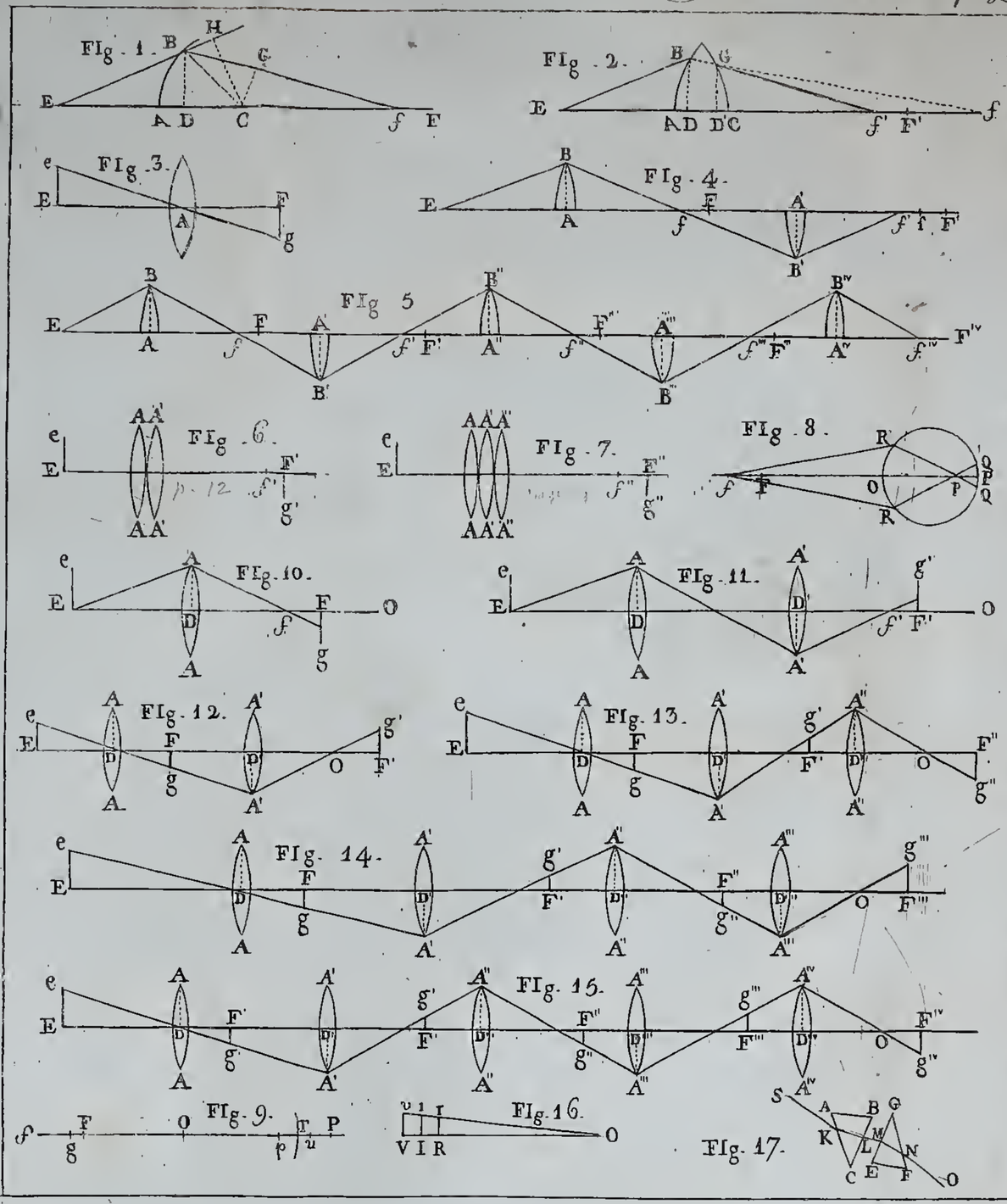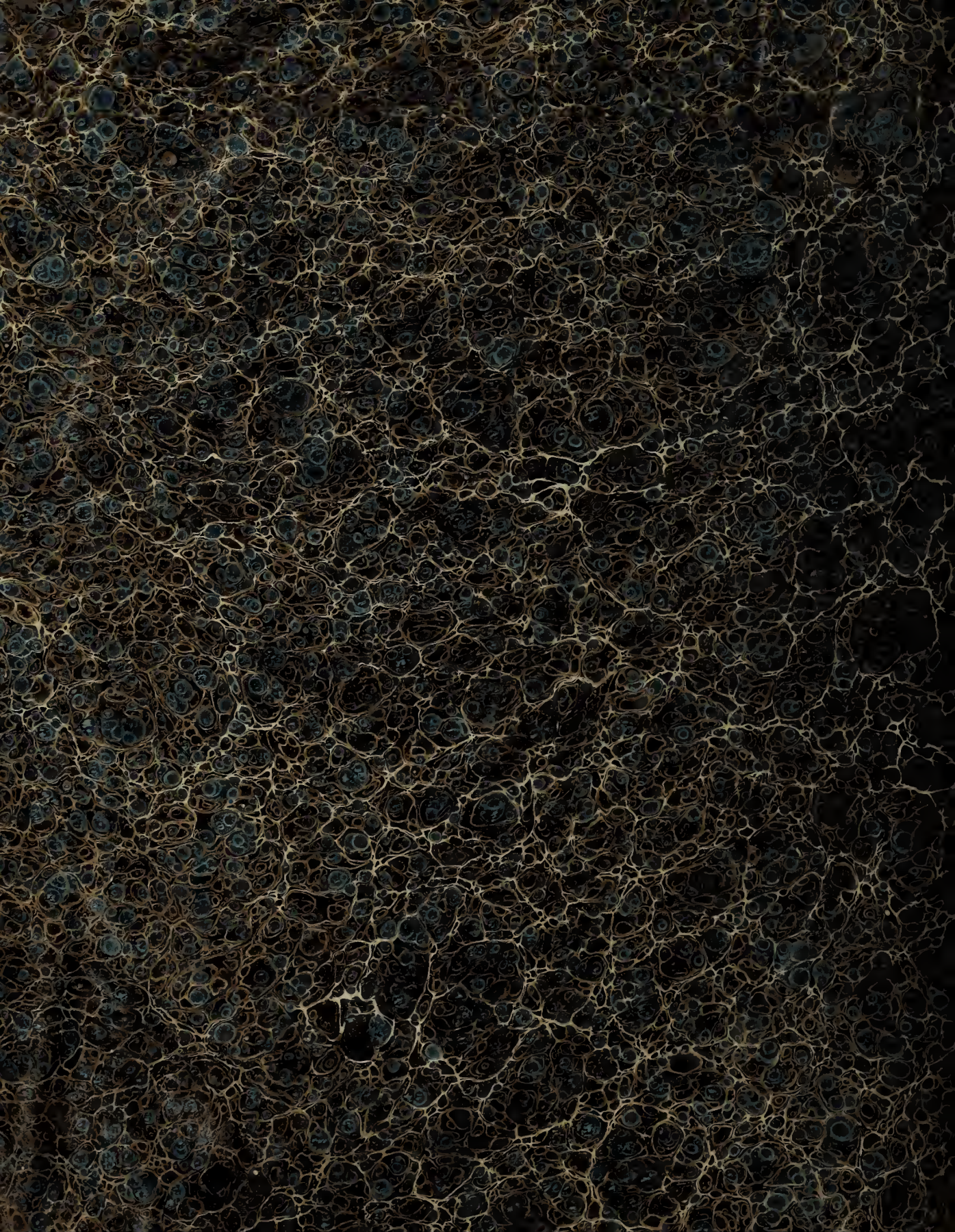
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.